

## **UNIVERSIDAD DE CUENCA**



**Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación  
Carrera de Matemáticas y Física**

**“Elaboración de material didáctico para la enseñanza de algunos temas de la  
cátedra de termodinámica para la carrera de Matemáticas y Física”**

Trabajo de titulación previo a la  
obtención del título de Licenciado  
en Ciencias de la Educación en  
Matemáticas y Física

**Autores:**

Danny Joseph Cajilima Niveló  
Oscar Danilo Sigua Quito

CI:0105125314  
CI:0106968282

**Director:**

Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

CI: 1704208816

**Cuenca-Ecuador  
2019**



## RESUMEN

Esta propuesta se centra en la elaboración de material didáctico para asignatura la de Termodinámica de la Carrera de Matemáticas y Física, ya que los diferentes puntos de vista de varios autores consideran que la utilización de material didáctico tiene un resultado positivo en la enseñanza porque ayuda a relacionar los conocimientos previos y los conocimientos nuevos, haciendo que el aprendizaje sea significativo y dinámico por parte de los estudiantes. Además, se plantea algunas características que el material didáctico debe poseer al momento de su elaboración para despertar en el estudiante el interés de utilizarlo para la construcción de su conocimiento. Debido a sus múltiples funciones que posee el material didáctico ha sido oportuno adaptarlo a los contenidos de la cátedra de Termodinámica mediante la elaboración de una guía didáctica que se fundamenta en los tres momentos de la clase que son anticipación, construcción y consolidación, para ello se eligieron temas que no contaban con material didáctico y que mostraban mayor grado de complejidad para sus estudiantes, con esto se espera disminuir el lenguaje abstracto de los fundamentos matemáticos utilizados para la demostración de las leyes Físicas.

**Palabras claves:** Material didáctico. Termodinámica. Esquematización. Proceso educativo.



## ABSTRACT

This proposal focuses on the preparation of teaching materials for the subject of Thermodynamics of the Mathematics and Physics Career, since the different points of view of several authors consider that the use of teaching materials has a positive result in teaching because it helps relate previous knowledge and new knowledge, making learning meaningful and dynamic on the part of students. In addition, it raises some characteristics that the didactic material must have at the time of its elaboration to awaken in the student the interest of using it for the construction of their knowledge. Due to the multiple functions of the didactic material, it has been appropriate to adapt it to the contents of the Thermodynamics Chair through the elaboration of a didactic guide that is based on the three moments of the class that are anticipation, construction and consolidation. They chose subjects that did not have didactic material and that showed greater degree of complexity for their students, with this it is expected to diminish the abstract language of the mathematical foundations used for the demonstration of the physical laws.

**Keywords:** Teaching materials. Thermodynamics. Schematization. Educational process.



## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>13</b>
---------------------	-----------

<b>CAPÍTULO I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA</b>	<b>15</b>
---	-----------

1.1. El lenguaje abstracto de las ciencias exactas.	15
1.2. El enfoque constructivista como base de la educación actual.	16
1.2.1. Concepto.	17
1.2.2. Características.	18
1.2.3. Teoría de Lev Vygotsky.	19
1.2.4. Teoría de Jerome Bruner.	20
1.2.5. Teoría de David Ausubel.	20
1.3. El material didáctico.	21
1.3.1. Concepto.	22
1.3.2. Funciones.	23
1.3.2.1. Facilitan la comprensión y retención del alumno.	23
1.3.2.2. Ejercitan y desarrollan habilidades en los estudiantes.	23
1.3.2.3. Motivan y crean interés hacia el contenido nuevo.	24
1.3.2.4. Permiten evaluar los conocimientos.	24
1.3.2.5. Proporcionan un entorno para la expresión del alumno.	25
1.3.3. Ventajas y desventajas del material didáctico.	25
1.3.4. Aporte del material didáctico a las ciencias exactas.	27
1.3.5. Aspectos a considerar a la hora de crear material didáctico.	28

<b>CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN ESTADÍSTICA</b>	<b>29</b>
--	-----------

<b>DIAGNÓSTICO.</b>	<b>29</b>
---------------------	-----------

2.1. Presentación del problema.	29
2.2. Selección de la población.	29
2.3. Metodología.	30
2.4. Análisis de la encuesta.	30
2.5. Interpretación de resultados.	40



**CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN ESTADÍSTICA** \_\_\_\_\_ **41**

3.1.	Estructura de la propuesta.	41
3.2.	Introduccion.	42
3.3.	Matriz de planeación.	43
3.4.	Guía Didáctica.	45
	Equivalente mecánico del calor.	46
	Cambios de fase.	53
	El factor de Boltzmann.	59
	Distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann.	67
	Desorden y Entropía.	75
	Interacciones termodinámicas y primera ley de la termodinámica.	86
	Trabajo y diagrama p-V para un gas.	93
	Procesos Isocóricos e Isobáricos.	100
	Procesos Isotérmicos y Adiabáticos.	107
	Motor de Otto.	116

**CONCLUSIONES** \_\_\_\_\_ **122**

**RECOMENDACIONES** \_\_\_\_\_ **123**

**BIBLIOGRAFÍA** \_\_\_\_\_ **124**

**ANEXOS** \_\_\_\_\_ **127**

	Anexo 1 (Maquetas complementarias).	127
	Anexo 2 (Encuesta).	129
	Anexo 3 Validación de la propuesta.	132



### Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Danny Joseph Cajilima Niveló, autor del trabajo de titulación "Elaboración de material didáctico para la enseñanza de algunos temas de la cátedra de termodinámica para la carrera de Matemáticas y Física", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 01 febrero de 2019

A handwritten signature in blue ink, consisting of stylized letters, positioned above a horizontal line.

Danny Joseph Cajilima Niveló

C.I.: 0105125314



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio  
Institucional

---

Danny Joseph Cajilima Niveló en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “Elaboración de material didáctico para la enseñanza de algunos temas de la cátedra de termodinámica para la carrera de Matemáticas y Física”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 01 de febrero de 2019

Danny Joseph Cajilima Niveló

C.I: 0105125314



### Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Oscar Danilo Sigua Quito, autor del trabajo de titulación "Elaboración de material didáctico para la enseñanza de algunos temas de la cátedra de termodinámica para la carrera de Matemáticas y Física", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 01 febrero de 2019

A handwritten signature in blue ink, reading "Oscar Sigua", written over a horizontal line.

Oscar Danilo Sigua Quito

C.I: 0106968282





Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio  
Institucional

---

Oscar Danilo Sigua Quito en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Elaboración de material didáctico para la enseñanza de algunos temas de la cátedra de termodinámica para la carrera de Matemáticas y Física", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 01 de febrero de 2019

Oscar Danilo Sigua Quito

C.I: 0106968282



## DEDICATORIA

*La presente tesis está dedicada en primer lugar a Dios todopoderoso, por brindarme la salud y las destrezas para poder cumplir con este logro y por haber puesto en mi camino aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el período de estudio.*

*A mis padres, ya que sin el apoyo moral y económico de ellos jamás hubiera llegado tan lejos, gracias a todos los consejos que me brindaron y que me siguen brindando durante todo este tiempo, les estoy muy profundamente agradecido.*

*A todos mis maestros por su gran apoyo y motivación para la culminación de mis estudios profesionales, además un especial agradecimiento a nuestro tutor y guía Doc. Santiago Avecillas, quien nos brindó todo su apoyo durante la culminación de nuestro proyecto.*

*Y finalmente a todos mis amigos, compañeros y a todas aquellas personas que de una u otra manera se cruzaron en mi camino y me alentaron a seguir adelante.*

**Oscar Sigua**



## DEDICATORIA

*El presente trabajo de Titulación está dedicado para el Creador, por haberme permitido culminar una etapa más de estudio y el haber puesto en mi camino a personas extraordinarias que me han apoyado y brindado consejos positivos.*

*A mi madre y hermanas que siempre han cuidado de mí y me han brindado su cariño incondicionalmente. A pesar de los problemas que siempre están presentes, nunca me han dejado solo.*

*A los docentes de la carrera que con sus enseñanzas nos han brindado nuevos conocimientos y preparado para la vida laboral.*

*También para mis amigos y compañeros que han hecho del aula un lugar agradable en donde me he sentido parte de una gran familia.*

**Danny Cajilima**



## **AGRADECIMIENTO**

*En el presente trabajo de tesis nos gustaría dar un especial agradecimiento a Dios por darnos la salud, lo que nos permitió llegar hasta este punto.*

*A la prestigiosa Universidad de Cuenca por acogernos y permitirnos estudiar, aprender y conocer muchas cosas a lo largo de nuestra carrera universitaria.*

*A nuestro director de tesis, Dr. Santiago Avecillas por su esfuerzo y dedicación, quien, con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y motivación, estando constantemente brindándonos su apoyo en todo momento.*

*También nos gustaría agradecer a nuestros profesores durante toda nuestra carrera profesional porque todos han aportado con un granito de arena a nuestra formación.*

*Y por último queremos agradecer a todos nuestros familiares y amigos que nos alentaron y apoyaron durante todo el proceso de este trabajo.*

**Danny Cajilima - Oscar Sigua**



## INTRODUCCIÓN

La siguiente propuesta está centrada en el ámbito de la enseñanza de la asignatura de Termodinámica en base de la elaboración de materiales didácticos que ayuden en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Los autores observaron cierto grado de abstracción en algunos temas de la asignatura, debido al uso de fundamentos matemáticos para explicar varias leyes. Esto ocasiona dificultad en el aprendizaje de los alumnos.

El estudio de esta problemática se realizó con el interés de aportar materiales didácticos contruidos para ayudar en el proceso educativo de la asignatura, a su vez se creó guías didácticas para el docente en donde se detalla el apoyo de las maquetas en cada clase.

En el primer capítulo, se realiza el fundamento teórico basado en el lenguaje abstracto de las ciencias exactas, una descripción amplia acerca de los beneficios que tienen los materiales didácticos, y en la forma que aportaría en el proceso del aprendizaje de los estudiantes.

En el segundo capítulo se muestran las encuestas y gráficos ilustrativos que respaldan las dificultades que presenta la Cátedra de Termodinámica, siendo los contenidos abstractos de algunos de sus temas el problema principal. Por ello, se ha elaborado material didáctico (maquetas) para reforzar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En el tercer capítulo se desarrolla la propuesta didáctica, que está basada en guías diseñadas en el uso correcto del material didáctico elaborado, en donde se puede observar los tres momentos de la clase que son: anticipación, construcción y consolidación.



En la parte metodológica la investigación se realizó a estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de séptimo y noveno ciclo que cursaron la asignatura anteriormente, para ello se emplearon encuestas para la recolección de datos y después se presentó los resultados por medio de gráficos ilustrativos.

Durante el desarrollo del fundamento teórico, uno de los obstáculos que se encontró fue el centrarse en una corriente pedagógica, debido a este inconveniente se prefirió profundizar en la importancia de utilizar el material didáctico en el desarrollo de las clases.



## CAPÍTULO I

### FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 1.1. El lenguaje abstracto de las ciencias exactas

Carlos Bautista Rojas (2013) define a las ciencias exactas de la siguiente manera: "... son aquellas que sólo admiten principios, consecuencias y hechos demostrables por medio de sistemas matemáticos aplicados en experimentación, cuantificación repetible o deducciones calculables" (párr. 1). Al hablar de hechos demostrables y experimentación se podría pensar que la adquisición de conocimientos sobre este tipo de ciencias se vuelve en una tarea no tan compleja, pues para experimentar se debe manipular objetos y de esa forma no es tan difícil alcanzar conocimientos nuevos. Entonces, ¿Por qué se considera complicado el estudio de las ciencias exactas?

A lo largo de la historia, se ha podido apreciar la dificultad de los estudiantes para aprender cuestiones de ciencias puras. El gran problema de eso radica en que las ciencias exactas experimentales, tales como la Física, si por una parte poseen un lado concreto (de manipulación de objetos) que puede considerarse como sencillo a la hora de adquirir conocimientos, por otro lado poseen un lenguaje abstracto, el cual es el causante directo a la hora de aprender conocimientos nuevos, puesto que este lado sin lugar a dudas exige un alto grado de concentración.

Ahora bien, recordemos que Rudolf Carnap clasificó a las ciencias en ciencias formales no experimentales (la Matemática, la Lógica...) y ciencias naturales experimentales (la Física, la Química...) Aunque esta división parezca mantener a cada grupo de modo independiente Eduardo Gamba Escallón (1947) nos recuerda que estos dos sectores mantienen una relación estrecha.

La Física se funda, pues, en la Lógica, y si, por otra parte, transporta, para la investigación de su objeto, las categorías de medida, de número y cantidad, según hemos dicho, se apoya, finalmente, en la Matemática. La Física no es una ciencia autónoma. (p. 279)



Finalmente, podemos expresar que lo concreto de la Física siempre irá de la mano con el lenguaje abstracto de la Matemática, siendo de este modo necesario el uso de recursos didácticos que permitan suavizar el lado abstracto y permitir de esta manera aprendizajes significativos.

## **1.2. El enfoque constructivista como base de la educación actual.**

En primer lugar, es necesario rememorar a la escuela tradicional en la que el maestro era el centro y sobretodo el pilar fundamental del proceso educativo, mientras que el estudiante era considerado como un simple recipiente vacío dispuesto únicamente a recibir información, de ahí que Paulo Freire hablaba de una educación netamente bancaria.

El proceso del aprendizaje en la concepción bancaria es el acto de depositar, de transferir, de transmitir valores y conocimientos. En esta relación el educador aparece como el que sabe y tiene la tarea de “llenar” a los educandos con sus conocimientos y el educando, a su vez, aparece como el que ignora y debe guardar los depósitos y archivarlos utilizando la memoria. (Citado en Carreño, 2010, p. 207)

De la misma forma, Jaime Sánchez (2012) hablando en torno a la escuela tradicional enumera como características esenciales de ella al magistrocentrismo, al enciclopedismo, al verbalismo y la pasividad.

El magistrocentrismo descrito por Sánchez consiste en tomar al profesor como modelo que se debe imitar en su totalidad. El enciclopedismo por su lado, hace referencia a que todo lo que el estudiante debe aprender se encuentra fijado en un texto y por lo tanto, esos contenidos son invariables, salirse de ellos podría suponer un retraso en el aprendizaje. Finalmente, en cuanto al verbalismo y la pasividad Sánchez (2012) menciona que: “...se enseñará a los alumnos con el mismo método de enseñanza en todas las ocasiones. El repaso, entendido como la repetición de lo que el maestro explica, es la base en este método” (p. 7).

Hoy en día, el enfoque educativo es diferente al de años atrás, puesto que el docente ya no es el centro del proceso educativo, ahora el docente posee la misión





de ser el mediador de los estudiantes, es decir, es la persona que se encarga de encaminar a los jóvenes para que sean ellos quienes vayan construyendo sus aprendizajes. De este modo, se puede decir que la labor de un educador llega a ser más compleja porque requiere de más preparación, lo cual incluye el uso de estrategias innovadoras que le permitan desarrollar con diligencia el proceso de enseñanza.

### 1.2.1 Concepto.

En el proceso educativo actual se está llevando a cabo un enfoque diferente al de la escuela tradicionalista; por ello, es oportuno conceptualizar a este nuevo paradigma denominado constructivismo como cimiento fundamental de la educación de hoy.

El constructivismo es una corriente pedagógica que propone un proceso de enseñanza-aprendizaje dinámico, en donde se proporcione a los estudiantes las herramientas necesarias para que estos a su vez generen aprendizajes nuevos. Este paradigma busca la participación absoluta del estudiante conjuntamente con la motivación propicia del catedrático. Carlos Fernández (2009) lo define de la siguiente manera:

Es la construcción que el estudiante hace por sí solo, mediante la interacción con otros o con diferentes materiales que se le brinden, los cuales deben ser agradables, interesantes, que provoquen la manipulación, experimentación, etc. y con ello la propia construcción del conocimiento. (p.1)

De igual forma Frida Díaz comenta que el constructivismo fomenta procesos activos durante la construcción del conocimiento, el que a su vez no se recibe con pasividad como en el caso del enfoque tradicional.

El constructivismo es una confluencia de diversos enfoques psicológicos que enfatizan la existencia y prevalencia en los sujetos cognoscentes de procesos activos en la construcción del conocimiento, los cuales permiten explicar la génesis del comportamiento y el aprendizaje. Se afirma que el conocimiento no se recibe pasivamente ni es copia fiel del medio. (Citado en Ramírez, s.f, p.1)

### 1.2.2 Características.

Una de las características esenciales del paradigma constructivista es que en este modelo se toma en consideración los conocimientos previos de los estudiantes antes de iniciar con la enseñanza de contenidos nuevos. “Se apoya en la estructura conceptual de cada estudiante: parte de las ideas y preconceptos de que el estudiante trae sobre el tema de la clase” (Ramírez, s.f., p. 2).

La segunda característica notable de este enfoque es la utilización de recursos o materiales didácticos como elementos fundamentales que permiten el desarrollo de un proceso de aprendizaje activo entre el estudiante, sus conocimientos previos, el docente y los conocimientos nuevos.

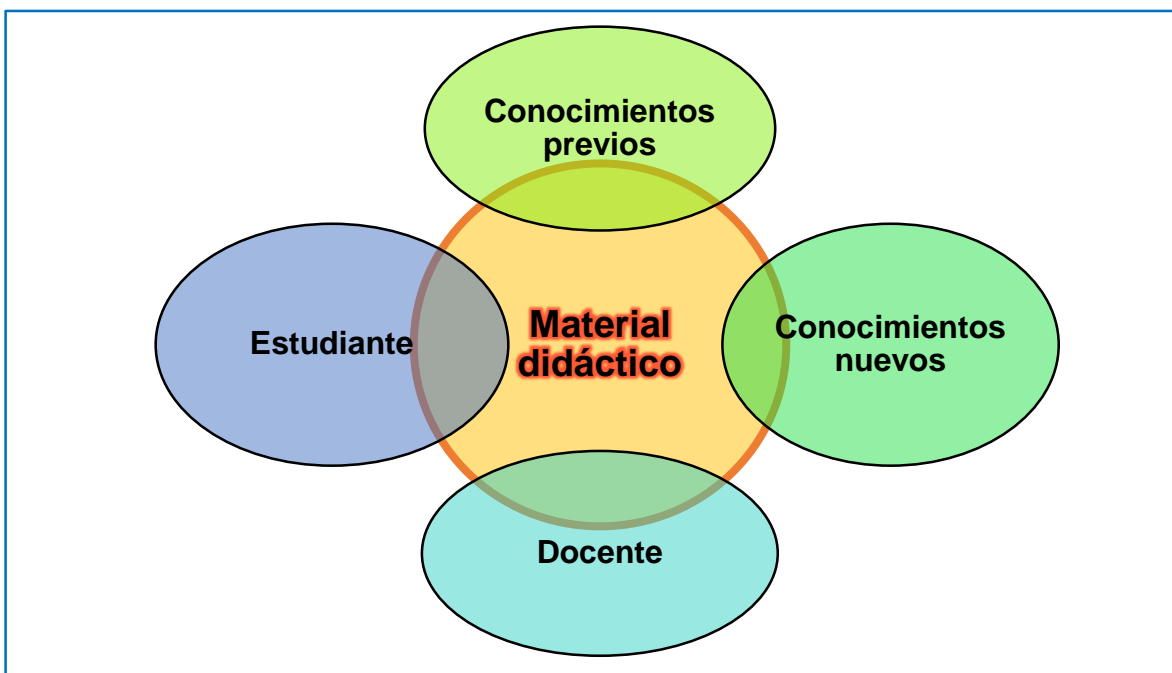


Figura 1. Autoría propia. El material didáctico como eje fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Observando el gráfico podemos reiterar que el modelo constructivista marca una gran diferencia, ya que en él se vislumbra una relación estrecha entre los diferentes elementos. El docente al hacer uso de herramientas pedagógicas consigue que el estudiante utilice sus conocimientos previos para en base a ellos desarrollar nuevas destrezas.



Antonio Ramírez Toledo (s.f.) entre otras características menciona a las siguientes como esenciales de la acción constructivista.

Anticipa el cambio conceptual que se espera de la construcción activa del nuevo concepto y su repercusión en la estructura mental.

Confronta las ideas y preconceptos afines del tema de la enseñanza, con el nuevo concepto científico que enseña.

Aplica el nuevo concepto a situaciones concretas y lo relaciona con otros conceptos de la estructura cognitiva con el fin de ampliar su transferencia. (p.2)

La utilización del material didáctico es un mediador potente entre el estudiante y el docente, debido a que es manipulable y práctico.

### **1.2.3 Teoría de Lev Vygotsky.**

Vygotsky manifiesta que el intercambio social es la fuente para la adquisición de conocimientos nuevos "... Para Vygotsky la construcción del conocimiento es producto de la interacción social [...] las funciones psicológicas superiores son el resultado del desarrollo social y no del biológico y se adquieren a través de la internalización del lenguaje..." (González Pérez & Criado del Pozo, 2009, p. 130).

La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) es un concepto fundamental en la teoría de este autor y se trata de la distancia que hay entre el nivel de desarrollo real (lo que el estudiante hace solo) y el nivel de desarrollo potencial (lo que el estudiante hace con ayuda) (Moll, 1990). Entonces, podríamos afirmar que la (ZDP) surge de la interacción armónica o el apoyo mutuo entre el docente y el estudiante.

De allí que el docente es el encargado de preparar actividades pertinentes para los estudiantes, las cuales generen esa deseada relación armónica y a la vez permitan al estudiante construir su conocimiento nuevo. Cabe recalcar que la misión del docente es llevar a cabo una clase interactiva y para ello se deben preparar instrumentos didácticos adecuados que apoyen al proceso y permitan alcanzar un aprendizaje óptimo.



#### 1.2.4 Teoría de Jerome Bruner.

Jerome Bruner plantea la teoría del aprendizaje por descubrimiento y además los procesos de adquisición, transformación y evaluación al momento indagar la nueva información (González Pérez & Criado del Pozo, 2009). Para que se produzca la adquisición es necesario que los receptores sensoriales sean activados y para ello el material didáctico juega indudablemente un papel fundamental en esta etapa.

El proceso adquisitivo es ciertamente el más importante porque es en él en donde el estudiante conoce y se relaciona con la información nueva. En este punto, el docente como mediador es el encargado de preparar los instrumentos pertinentes que posteriormente los estudiantes podrán manipular y con los cuales desarrollarán aprendizajes nuevos. Sin embargo, como docentes hay que tener en consideración que el aprendizaje por descubrimiento no implica solamente el simple hecho de proporcionar elementos didácticos, sino que conlleva el apoyo del maestro durante la manipulación de los objetos.

Descubrir no es dejar que los alumnos trabajen solos. Los maestros disponen y plantean situaciones problemáticas para que los alumnos busquen, manipulen, exploren e investiguen [...] En el aprendizaje por descubrimiento el profesor organiza la clase de modo que los alumnos aprendan con su participación activa por sí mismos. (González Pérez y Criado del Pozo, pp. 136-137)

#### 1.2.5 Teoría de David Ausubel.

David Ausubel expone la teoría del aprendizaje significativo. Este autor menciona que un aprendizaje se convierte en significativo cuando los conocimientos previos del estudiante entran en relación armónica con los conocimientos nuevos.

Aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información [...] se relaciona [...] con la estructura cognitiva de la persona que aprende. En el curso del aprendizaje significativo, el significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el sujeto... (Citado en Moreira, s.f., p. 2)

Al igual que en las teorías antes mencionadas, en la teoría de Ausubel el material didáctico no deja de tener trascendencia “... el material debe ser relevante y tener una organización clara [...] además de tener una relación con los conceptos ya adquiridos por el alumno...” (González Pérez y Criado del Pozo, p. 138).

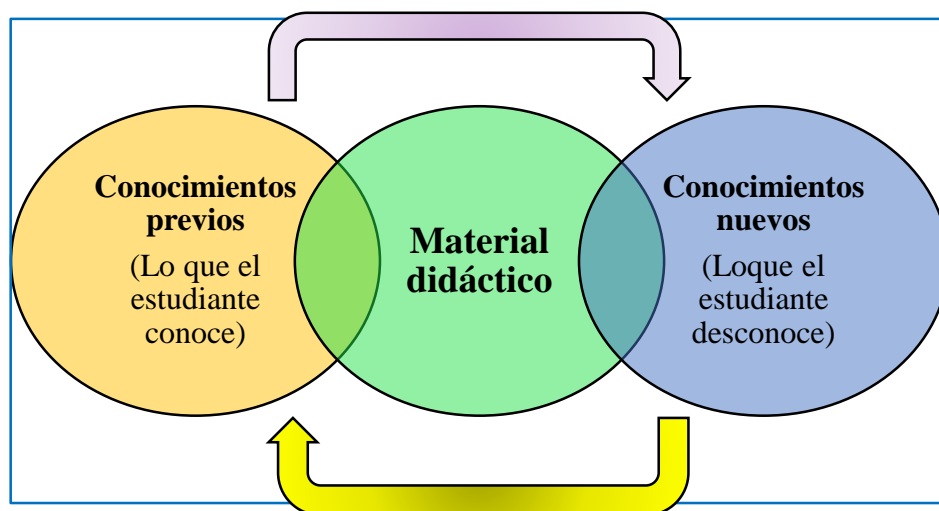


Figura 2. Autoría propia. Relación entre conocimientos previos, material didáctico y conocimientos nuevos.

Esta teoría propone que la creación de material didáctico siempre sea ejecutada tomando en consideración los conocimientos previos de los alumnos. Así también, el profesor tendrá la tarea de verificar que los mismos tengan una relación estrecha con los contenidos que se estén abordando, de este modo el material constituirá una clave precisa para que la información nueva permanezca en el alumno.

### 1.3. El material didáctico.

A lo largo de este capítulo se ha venido mencionando al material didáctico como parte esencial dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, y es que justamente contribuye a mejorar la enseñanza, permitiendo ir más allá del mero verbalismo y la pasividad.

Recordemos que hoy en día, los docentes enfrentan nuevos retos y uno de ellos es el paso de una educación estática a una más dinámica y para lograr



exitosamente esa transformación, la utilización de recursos didácticos se ha vuelto imprescindible.

A continuación, se dará a conocer algunos conceptos fundamentales de material didáctico que han servido de guía para la ejecución de esta tesis.

### **1.3.1. Concepto.**

La Federación de Enseñanza de Andalucía (2009) proporciona la siguiente definición de materiales didácticos:

... los materiales son medios o instrumentos indispensables para la práctica educativa y su evaluación. Normalmente, los más usados son los medios impresos como son los libros de texto, diccionarios o cuadernos de trabajo. Sin embargo, también existen otros muchos recursos que son utilizados a diario por el profesor y que pueden aportar mayor variedad y riqueza para desarrollar su trabajo de modo atractivo y motivador. (p.1)

Ante lo expresado se puede resaltar el hecho de que los materiales didácticos pueden ser aplicados en más de una etapa, pues no solamente contribuyen a la etapa inicial de adquisición de la información, sino que el docente puede utilizarlos en la fase de evaluación de los aprendizajes.

Por su parte, Cristina Conde (2006) define a los recursos didácticos de la siguiente manera: "... Un recurso didáctico es cualquier material que se ha elaborado con la intención de facilitar al docente su función y a su vez la del alumno. No olvidemos que los recursos didácticos deben utilizarse en un contexto educativo" (párr. 3). Conde nos habla de los recursos didácticos como facilitadores de las funciones, tanto del docente como del estudiante. El docente en su tarea de mediador y generador de aprendizajes se ve en la necesidad de utilizar materiales que den apertura a los estudiantes a alcanzar un aprendizaje significativo. De igual manera, Jordi Díaz Lucea expone que: "los recursos y materiales didácticos son todo el conjunto de elementos, útiles o estrategias que el profesor utiliza, o puede utilizar, como soporte, complemento o ayuda en su tarea docente" (Citado en Blanco, 2012, p. 5).



Siguiendo la línea de los demás autores, San Martín define al material didáctico de la siguiente manera:

... se puede entender como aquellos artefactos que, en unos casos utilizando las diferentes formas de representación simbólica y en otros como referentes directos (objeto), incorporados en estrategias de enseñanza, contribuyen a la construcción del conocimiento, aportando significaciones parciales de los conceptos curriculares. (Citado en Blanco, 2012, p. 6)

Como se puede apreciar, todos los conceptos expuestos coinciden en que el material didáctico constituye un apoyo para el docente al momento de explicar su clase. De la misma forma, ayuda al estudiante a tener una mejor comprensión de los conocimientos nuevos. En fin, los recursos didácticos contribuyen al desarrollo positivo de la clase volviéndola más amena.

### **1.3.2. Funciones.**

Los recursos didácticos llegan a ser posibilitadores directos del proceso educativo. Se puede afirmar que forman parte de los pilares fundamentales de la educación. Podríamos mencionar que los recursos didácticos cumplen con las funciones que describiremos a continuación:

#### **1.3.2.1. Facilitan la comprensión y retención del alumno.**

Los materiales didácticos permiten que los alumnos logren una mejor interpretación. El hecho de manipular un elemento hace que la persona recuerde mejor la información que con solo escuchar una clase. Es así que la manipulación de un elemento permite discernir la información, retenerla por más tiempo y por lo tanto, alcanzar un aprendizaje significativo y funcional.

... muchos aprendizajes no serían posibles sin la existencia de ciertos recursos y materiales, constituyendo, algunos de ellos, un elemento imprescindible y facilitador de los aprendizajes. Por ejemplo, es difícil enseñar la evolución de la economía si no se dispone de un gráfico y una pizarra o pantalla donde se refleje la evolución del PIB. (Blanco, 2012, p. 9)



### **1.3.2.2. Ejercitan y desarrollan habilidades en los estudiantes.**

Los materiales didácticos ejercitan las destrezas que el discente ya posee en su estructura cognitiva. De esta manera, la persona se encuentra en una renovación constante de sus conocimientos. A más de eso, los instrumentos didácticos permiten el desarrollo de nuevas destrezas, lo que constituye un suceso de importancia en el proceso educativo.

Estimularán el desarrollo de habilidades metacognitivas y estrategias de aprendizaje en los alumnos, que les permitirán planificar, regular y evaluar su propia actividad de aprendizaje, provocando la reflexión sobre su conocimiento y sobre los métodos que utilizan al pensar. Ya que aprender significativamente supone modificar los propios esquemas de conocimiento, reestructurar, revisar, ampliar y enriquecer las estructuras cognitivas. (Guerrero, 2009, p. 3)

### **1.3.2.3. Motivan y crean interés hacia el contenido nuevo.**

La función más sustancial de los recursos didácticos es indudablemente la motivación. El docente que haga uso de medios didácticos en su clase, disfrutará de un ambiente de interés por parte de los estudiantes hacia los temas que se estén impartiendo y lo que es mejor, podrá observar una notable mejoría en el desempeño de sus alumnos.

En este punto, María Isabel Blanco (2012) informa que para que esta función sea eficaz, el docente tendrá que crear instrumentos didácticos llamativos a los sentidos de los discentes "... deben ser capaces de captar la atención de los alumnos mediante un poder de atracción caracterizado por las formas, colores, tacto, acciones, sensaciones, etc" (p.8). Y es que un material atractivo será sin cuestión un arma para generar interés.

### **1.3.2.4. Permiten evaluar los conocimientos.**

Como ya se mencionó en algún punto anterior, las herramientas pedagógicas permiten que el docente no solo pueda introducir un tema nuevo o explicar un contenido de difícil comprensión. De esta manera, podríamos afirmar que estos recursos son versátiles, puesto que cumplen varias funciones, entre ellas la que le





permite al catedrático evaluar a sus estudiantes en cuanto a los conceptos nuevos que han adquirido.

Ahora bien, hay que tener presente que los recursos didácticos posibilitan al orientador evaluar al educando no solo en la etapa final (propia de la evaluación); también, le dan la apertura de hacerlo a lo largo del proceso de aprendizaje, especialmente cuando se trata de la adquisición de conocimientos de una ciencia exacta como es el caso de la Termodinámica, en donde se podría evaluar al alumno no únicamente en la etapa de resolución de un problema, sino en las etapas de conocimiento y manipulación del instrumento, dominación de la temática y en la del planteamiento de un problema.

#### **1.3.2.5. Proporcionan un entorno para la expresión del alumno.**

Los medios pedagógicos posibilitan un ambiente positivo, en el cual los estudiantes puedan manifestarse con mayor confianza, dejando de lado los temores propios del tradicionalismo. El acto de que el individuo pueda manipular un instrumento produce un sentimiento de inclusión, protagonismo y por tanto, de un mejor desenvolvimiento en el proceso formativo “Los distintos medios permiten y provocan la aparición y expresión de emociones, informaciones y valores que transmiten diversas modalidades de relación, cooperación o comunicación” (Guerrero, 2009, p.4). En fin, los medios pedagógicos tienen la capacidad de apoyar al docente en la creación de un ambiente educativo agradable y libre de tensiones para el educando, lo que a su vez se convierte en un gran avance hacia una verdadera educación de calidad.

#### **1.3.3. Ventajas y desventajas del material didáctico.**

El material didáctico trae consigo varias ventajas. Como se ha podido apreciar en la descripción de las funciones, los instrumentos didácticos constituyen un gran apoyo al momento de desarrollar una clase. Sin embargo, es necesario tener en consideración algunas acciones que podrían convertirse en verdaderas desventajas al momento de implementar recursos didácticos en una clase. De ahí que los docentes no solo tienen la tarea de elaborar material de apoyo, sino que su



misión es utilizarlo de manera correcta para que así llegue a ser un verdadero sendero para el aprendizaje significativo y no una desventaja.

Edgardo O. Ossanna, citado en Los materiales educativos de Carlos Cherre Antón (2009), expone la siguiente tabla de ventajas y desventajas de los materiales didácticos:

**Tabla 1**

***Ventajas y desventajas del material didáctico.***

<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Promueven la enseñanza activa, haciendo del acto didáctico un proceso dinámico.</li><li>➤ Incentivan el aprendizaje en la medida que acercan a los alumnos a la realidad.</li><li>➤ Fortalecen la eficacia del aprendizaje en cuando combinan una gama de estímulos en los mensajes que reciben los alumnos.</li><li>➤ Facilita la construcción de los conocimientos, ya que proponen diferentes alternativas de percepción sensorial.</li><li>➤ Favorecen el desarrollo de operaciones de análisis, relaciones, síntesis, generalización y abstracción.</li><li>➤ Amplían el campo de experiencias de los alumnos el enfrentarlo con elementos que permaneces lejanos en el tiempo y en espacio.</li><li>➤ Posibilitan que los alumnos deban alcanzar por sí mismos su aprendizaje,</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Exhibir el material educativo sin “explotarlo”, creyendo que con solo hecho de “mirarlo” ya está resuelto el aprendizaje.</li><li>➤ Presentar gran cantidad de materia de manera conjunta o sucesiva, produciendo en los alumnos cansancio y saturación.</li><li>➤ No considerar la conveniencia y oportunidad del uso del material educativo, debido a la falta de una correcta planificación curricular.</li><li>➤ No insistir en la verbalización de los resultados del trabajo con los materiales educativos, lo que frustra la elaboración de los aprendizajes por parte de los alumnos.</li><li>➤ Carecer de criterios selectivos y críticos, lo que puede llevar a la</li></ul>



ya que éste es el resultado de su propia experiencia.	pasividad o el activismo o “falsa actividad”.
---	---

Nota. “Los materiales educativos”, de Cherre, C., 2009., p. 7. Recuperado de <https://es.slideshare.net/chavo2411/los-medios-y-materiales-educativos-ventajas-y-desventajas>

#### 1.3.4. Aporte del material didáctico a las ciencias exactas.

Carlos Bautista (2013) define a las ciencias exactas como “... aquellas que sólo admiten principios, consecuencias y hechos demostrables por medio de sistemas matemáticos aplicados en experimentación, cuantificación repetible o deducciones calculables” (párr. 1). A lo largo de la historia, las ciencias exactas siempre han tenido la particularidad de generar apatía en los estudiantes puesto que exigen mayor concentración en los diferentes sistemas de cálculos, y eso es algo que los estudiantes no están dispuestos a trabajar con constancia.

Otro factor que influye en la fama de “difíciles” que tienen las matemáticas es su carácter acumulativo: sólo se puede comprender un concepto nuevo si se han asimilado bien los conceptos previos en los que se basa, de modo que si un niño tiene lagunas en el aprendizaje en los primeros años de escolaridad, eso le afecta para el resto. (Rius, 2015, párr. 4)

Diego Alonso Cánovas, matemático y psicólogo que se ha dedicado años a estudiar los procesos del razonamiento, asegura:

Desde el punto de vista psicológico, el cerebro necesita adoptar una actitud mucho más activa para comprender un razonamiento y un discurso argumentativo que uno narrativo, y el cerebro tiende siempre a la mayor economía cognitiva; así que si el estudiante no está dispuesto a consumir energía mental y a esforzarse es muy probable que no entienda los procesos de razonamiento (especialmente deductivos) de que están llenos las matemáticas. (Citado en Rius, 2015, párr. 2)

Por su parte, el Departamento de Matemáticas del Instituto de Educación Secundaria San Nicolás de Tolentino (s.f) expone que: “Las matemáticas utilizan un lenguaje abstracto, pero sus contenidos se refieren a cosas sumamente concretas. Hay matemáticas en nuestra vida, en la naturaleza, en el universo...” (p. 2). De allí que la utilización de material didáctico constituye un aporte vital para las ciencias exactas, ya que el hecho de presentar material concreto en asignaturas cuyo

lenguaje es abstracto, da paso a que el estudiante llegue a experimentar aquello que estaba en teoría, alcanzando así un aprendizaje significativo, tal como lo sugiere David Ausubel.

En definitiva, el material didáctico facilita la comprensión de conceptos netamente abstractos “... nuestro cerebro no parece tener todavía una predisposición especial para el razonamiento abstracto. Más bien al contrario: tendemos hacia lo concreto, lo que nos entra por los sentidos” (IES San Nicolás, s.f, p. 1). Con ello, se recalca el aporte de los recursos didácticos a las ciencias experimentales y exactas como son la Matemática y la Física, en donde el estudiante al observar y manipular materiales concretos se sentirá motivado y predispuesto a apropiarse de conocimientos nuevos, y a más de ello, será capaz de entender con facilidad los conceptos teóricos que la asignatura trae consigo y por tanto, podrá consolidar sus aprendizajes.

### 1.3.5. Aspectos a considerar a la hora de crear material didáctico.

Tras haber proporcionado la conceptualización, las funciones, las ventajas y desventajas del material didáctico, así como su aporte a las ciencias exactas, es importante enumerar brevemente los aspectos que se deberían tomar en cuenta a la hora de elaborar herramientas didácticas. Pablo Alberto Morales expresa que para la realización de material didáctico se deben considerar los siguientes criterios:

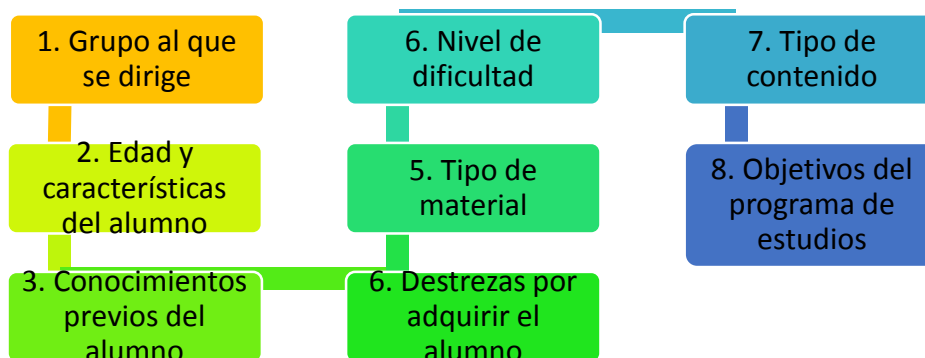


Figura 3. Elaboración de material didáctico, de Morales, P., 2012., p.103.



## CAPÍTULO II

### FUNDAMENTACIÓN ESTADÍSTICA

### DIAGNÓSTICO

#### 2.1. Presentación del problema

La Termodinámica representa una de las ramas de la Física más interesante, debido a que su estudio se centra en leyes físicas que sirven para la creación de dispositivos utilizados en la vida cotidiana, como el caso de máquinas térmicas, duchas eléctricas, refrigeradores, etc. En este caso la asignatura adquiere gran notoriedad a nivel secundario y superior debido a que aborda una diversidad de tópicos, ya sea desde el comportamiento de un gas hasta el funcionamiento de los ciclos de trabajo para motores.

A pesar de la amplia gama de temas interesantes, el problema surge debido al fundamento matemático que requiere la asignatura para la demostración de las leyes físicas, ocasionando dificultad en el aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, es posible reestructurar su enseñanza a partir de un modelo pedagógico que impulse la utilización de recursos didácticos. Para lograr este objetivo se han desarrollado encuestas que permitan conocer la necesidad de incorporar material concreto –maquetas de modelos físicos- en el laboratorio de Física, de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca. El análisis e interpretación de los datos obtenidos de dichas encuestas busca generar una orientación en la elaboración de maquetas y su respectiva guía de prácticas.

Los beneficiarios directos son evidentemente los estudiantes, que podrán disponer de las maquetas en todo momento para desvanecer cualquier incertidumbre que tenga hacer de los temas de la asignatura

#### 2.2. Selección de la población.

La población está conformada por todos los estudiantes de séptimo y noveno ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física, inscritos en el período Marzo-Febrero



2018 que han aprobado la asignatura de Termodinámica. Por tanto, se estudiará a todos los estudiantes de los ciclos mencionados.

### **2.3. Metodología.**

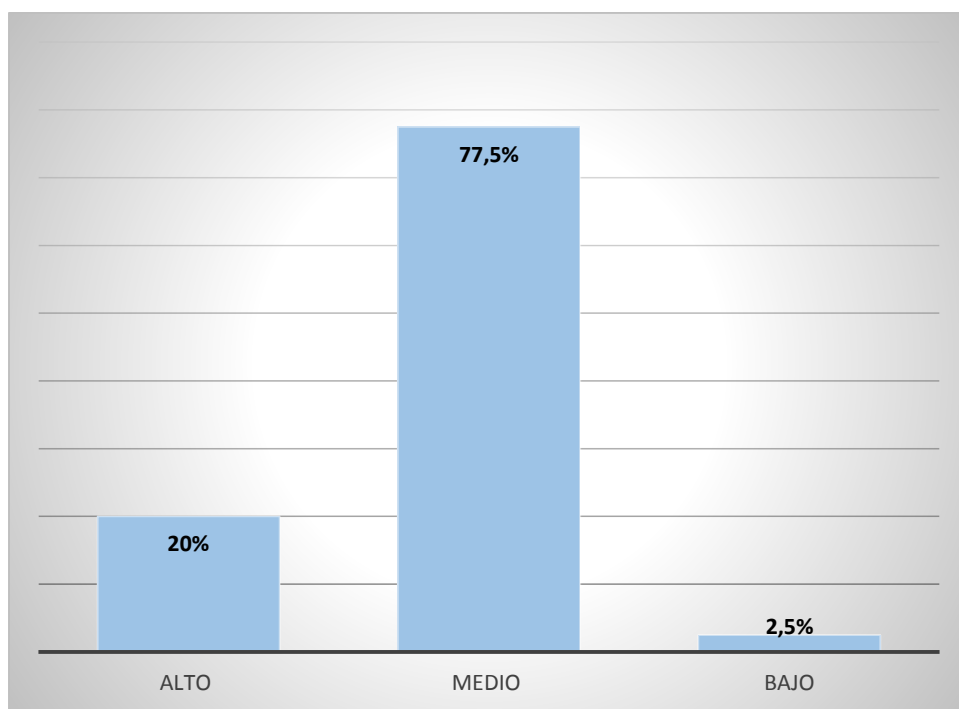
Los métodos utilizados fueron cuantitativos y cualitativos, además se analizó al 100% de la población. Para la investigación se diseñó una encuesta, la cual se encuentra estructurada en base a 10 preguntas, mismas que responden a los objetivos planteados al inicio de este trabajo de titulación. Con las preguntas planteadas en la encuesta se pretende respaldar el problema que se ha percibido.

### **2.4. Análisis de la encuesta.**

Se realizó un pre test a un grupo de 15 estudiantes para verificar que las preguntas eran entendibles, a su vez se corrigió algunas preguntas que no aportaban con información que ayude a confirmar el problema, este pre test se llevó a cabo debido a que la encuesta estaba dirigida al cien por ciento de la población y se deseaba conseguir información que lleve hacia el problema que fue visualizado, además al momento de presentar el análisis de las preguntas se seleccionaron la que mejor representar la información.

La información recolectada fue tabulada y presentada mediante gráficos, siguiendo las normas APA, cada tabla y figuras son propiedad de los autores.

1.- Desde su punto de vista, ¿cuál es el nivel de dificultad de la asignatura de Termodinámica?



*Figura 2.4.1* Dificultad de la asignatura de Termodinámica

En los siguientes resultados obtenidos a través de las encuestas realizadas se puede observar que en gran parte de los encuestados definen a la cátedra de Termodinámica como una asignatura de un nivel medio de complejidad; esto se debería a los fundamentos matemáticos utilizados para demostrar las leyes físicas. En este caso los materiales didácticos ayudarán en la parte abstracta que ocasiona la parte matemática.



**2.- ¿Cree usted que existe suficiente material didáctico de apoyo para todos los temas de la asignatura de Termodinámica?**

Tabla 2.4.2 *Respuestas ante la existencia de material didáctico (Maquetas).*

Respuesta	N° de estudiantes	Porcentaje
Sí	1	2,5%
No	39	97,5%
Total	40	100%

De los resultados obtenidos podemos observar que un gran número de los encuestados están de acuerdo, en que, la cantidad de material didáctico de apoyo de la asignatura de Termodinámica es insuficiente para cubrir todos los temas; esto se debe a la extensa variedad de contenidos que enriquecen a la asignatura y a su vez la dificultad de crear materiales para algunos temas, por su costo económico o la complejidad que poseen los mismos



### 3.- ¿Considera que el material didáctico es esencial para mejorar el proceso educativo de los estudiantes?

Tabla 2.4.3 *Material Didáctico como una necesidad para la enseñanza.*

Respuesta	N° de estudiantes	Porcentaje
<b>Sí</b>	38	95%
<b>No</b>	2	5%
<b>Total</b>	40	100%

De los resultados obtenidos podemos observar que casi la totalidad de los encuestados están a favor de que el material didáctico es un medio esencial en el proceso educativo, esto se debería a que durante la formación pedagógica dentro de la carrera se ha planteado que el uso de material concreto es una excelente ayuda para la enseñanza, y dado que algunos docentes lo utilizaban en sus clases, haciendo que estas sean más interactivas e interesantes para los estudiantes.

**4.- Si su respuesta anterior es Sí, señale los aspectos en los que piensa que los recursos didácticos contribuyen de modo positivo.**

Tabla 2.4.4 *Ventajas que brinda el material didáctico.*

Variables	Frecuencia	Porcentaje
<b>Aumento de interés en la asignatura</b>	19	47,5%
<b>Mayor comprensión de las temáticas</b>	34	85%
<b>Participación activa durante la clase</b>	9	22,5%
<b>Impulsa el aprendizaje significativo</b>	18	45%

Con relación a la pregunta anterior podemos constatar los siguientes argumentos, la mayor parte de los encuestados consideran que el uso de material didáctico en las clases de Termodinámica, será de gran ayuda para mejorar el proceso educativo de las temáticas y a su vez, los encuestados consideran que, con la ayuda del material didáctico habrá un aumento en el interés de la asignatura, con lo cual tendremos como resultado en mayor cantidad un aprendizaje significativo y al mismo tiempo las clases se tornarán más activas.



**5.- ¿Usted cree que en la asignatura de Termodinámica existen temas prácticos que necesiten del uso de material didáctico?**

Tabla 2.4.5 *El material didáctico como apoyo en la asignatura de Termodinámica.*

Respuesta	N° de estudiantes	Porcentaje
<b>Sí</b>	40	100%
<b>No</b>	0	0%
<b>Total</b>	40	100%

Al analizar los resultados podemos constatar que todos los encuestados están a favor de que las clases de Termodinámica sean apoyadas con material didáctico, ya que la materia tiene diversos temas en donde se visualiza leyes físicas que fueron establecidas por medio de la experimentación.



**6.- ¿Considera que en la asignatura de Termodinámica es posible realizar clases experimentales con ayuda de las maquetas?**

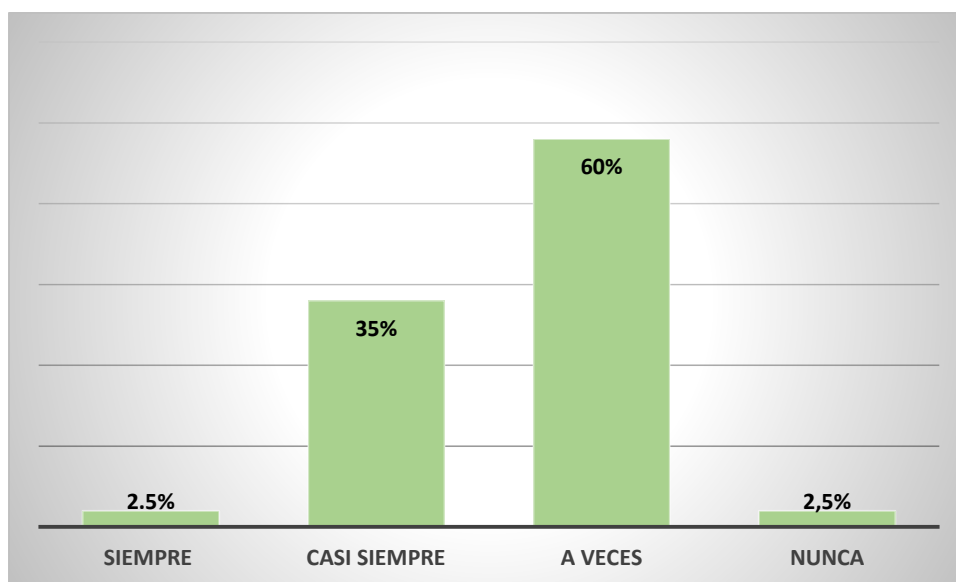
Tabla 2.4.6 *Clases experimentales con ayuda de las maquetas.*

Respuesta	N° de estudiantes	Porcentaje
<b>Sí</b>	40	10%
<b>No</b>	0	0%
<b>Total</b>	40	100%

El 100% de los encuestados están de acuerdo que las clases de Termodinámica se pueden realizar de forma experimental con apoyo de un material didáctico, en este caso de una maqueta creada especialmente para ese tema; eso quiere decir que los encuestados consideran más interesante realizar algunas clases de forma experimental y a su vez la dificultad en el proceso educativo se podrá reducir con la ayuda de estas maquetas explicativas.

En esta pregunta se enfocó la parte experimental de la asignatura, debido a que existen muchos temas relacionados con ejemplos de la vida cotidiana, como son las máquinas térmicas, duchas eléctricas, convección del calor (trabajo mecánico), etc.

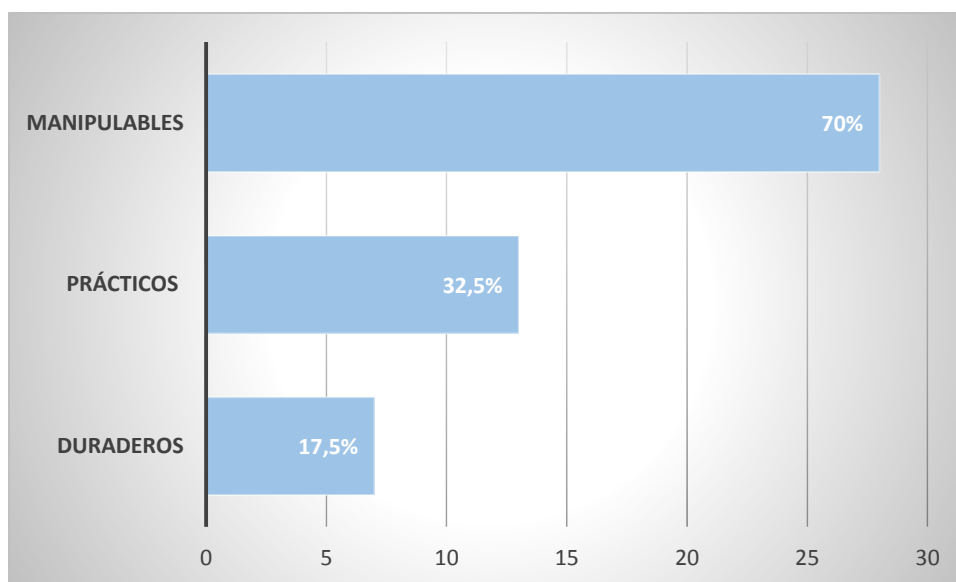
7.- En las clases de la Termodinámica, ¿con qué frecuencia se utilizan materiales didácticos para la explicación de cada tema?



*Figura 2.4.7 Utilización de materiales didácticos.*

El 60% y 35% de los encuestados consideran que el material didáctico (maquetas) son utilizados a veces y siempre en las clases de la asignatura; con estos resultados se puede observar que las maquetas existentes sirven de apoyo en la explicación de cada clase y la incorporación de las nuevas maquetas serán utilizadas de la misma manera, ayudando a su vez que las clases sean activas por parte de los estudiantes.

**8.- ¿Qué considera que deberían ser los materiales didácticos para la enseñanza de la Termodinámica?**



*Figura 2.4.8 Características del material didácticos (maquetas)*

En la creación de materiales didácticos destinados para el apoyo en el proceso de la enseñanza de la asignatura de Termodinámica, el 70% de los encuestados considera que deben ser manipulables; en este caso nuestra propuesta cumple con esta característica que tiene mayor requerimiento por los encuestados, debido a que dentro de los materiales didácticos, las maquetas son materiales educativos tangibles que sirven de apoyo al aprendizaje y a su vez las maquetas también cubren otras características que los encuestados desearían que conserven, como el caso del 32,5% que consideran que deben ser prácticos y el 17,5% que sean duraderos.



9.- Indique la frecuencia con la que le gustaría disponer de material didáctico para la asignatura de Termodinámica, en donde 1 es Nunca y 5 es Siempre.

Tabla 2.4.9 Disponibilidad del material didáctico.

Escala	N° de estudiantes	Porcentaje
1	0	0%
2	1	2,5%
3	2	5%
4	13	32,5%
5	24	60%
Total	40	100%

En estos resultados se puede observar que el 60% de los encuestados considera que les gustaría disponer siempre del material didáctico para la asignatura de Termodinámica; esto respalda el Laboratorio de Física que posee la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, debido a que todos los materiales didácticos que se elaboran son guardados en ese espacio físico y se puede disponer con toda la facilidad para las clases de cualquier asignatura de Física, en especial la de Termodinámica.



## 2.5. Interpretación de resultados

De los resultados obtenidos por las encuestas, se puede observar que gran parte de los estudiantes consideran que la asignatura de Termodinámica es compleja, esto ocasionado por el fundamento matemático que los estudiantes poseen, además parte de los temas aún no cuentan con un material didáctico práctico que ayude al estudiante a relacionar los fenómenos térmicos con la vida real y que no se torne abstracto alejado de nuestro entorno.

Otro aspecto que se observa en los resultados es la parte positiva que aporta la elaboración de material didáctico en las clases de la asignatura, debido a que despierta el interés, la motivación, la curiosidad al momento de entrelazarse el contenido y el material didáctico, ocasionan una participación activa por parte de los estudiantes.

También, los resultados evidenciaron que el material didáctico ya existe es usado con frecuencia demostrando que los materiales que hemos elaborado serán utilizados por el docente que esté a cargo de la asignatura porque se dispondrá con facilidad del material didáctico.

Por otro lado se demostró que aún falta material didáctico para algunos de las de la cátedra de Termodinámica, con esto podemos respaldar la elaboración de nuestro material didáctico y la aportación que brindará a los estudiantes en el desarrollo de cada clase.

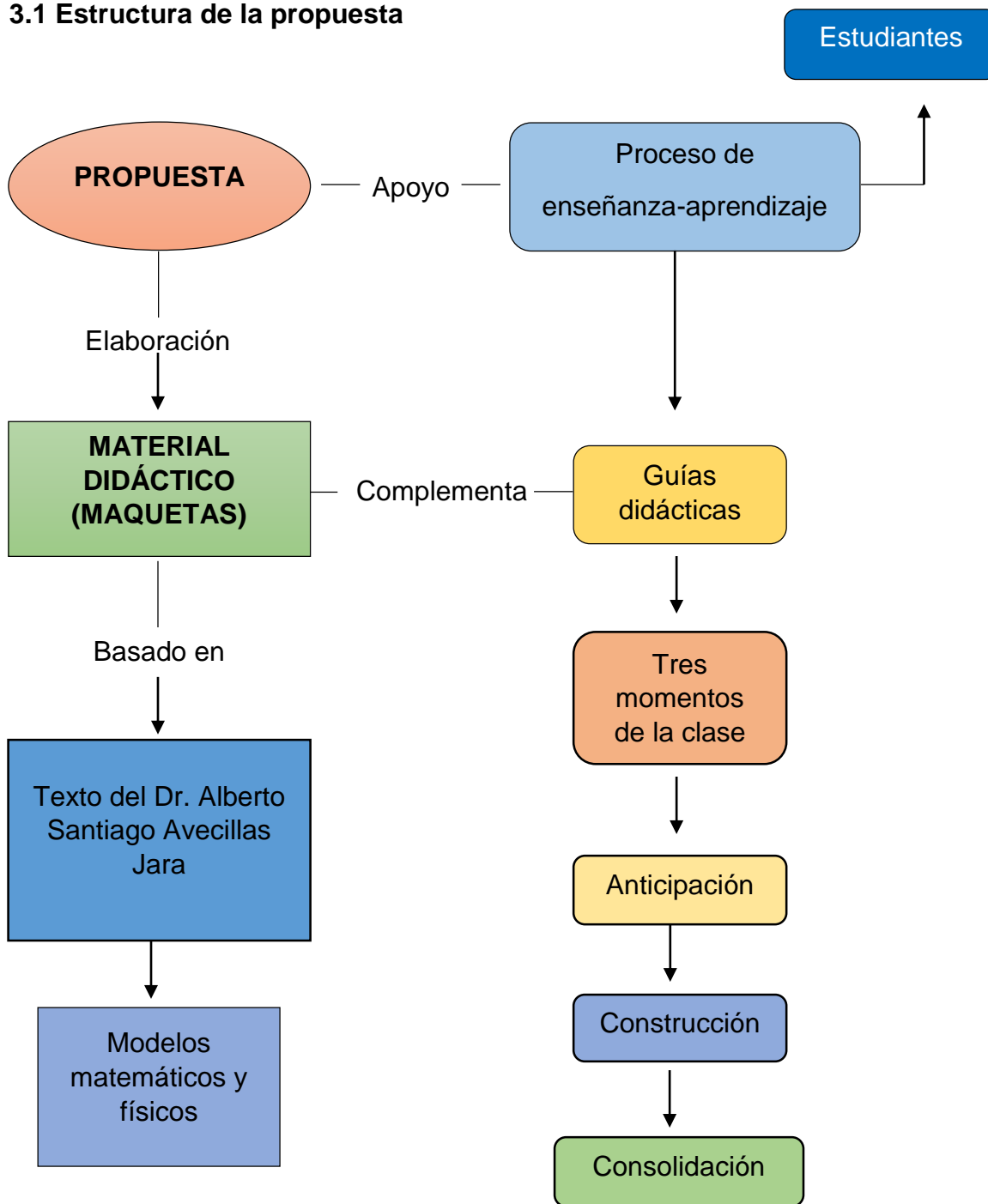
Por último al analizar los resultados podemos afirmar que los estudiantes están dispuestos a usar el material didáctico y consideran que le ayudará positivamente en su aprendizaje.



## CAPÍTULO III

## PROPUESTA Y VALIDACIÓN

## 3.1 Estructura de la propuesta





### 3.2 Introducción

El presente Trabajo de Titulación se ha enfocado en el diseño y elaboración de material didáctico; complementando diversos temas de la cátedra de Termodinámica de la Carrera de Matemáticas y Física, con las diferentes características que los materiales didácticos poseen, los cuales son, ser manipulables, duraderos y prácticos, despertará en el estudiante el interés en cada tema de la asignatura por parte de los estudiantes, además cada material didáctico (maqueta) está acompañado de una planificación didáctica basada en los tres momentos de la clase que son la anticipación, construcción y consolidación, esta descrito el procedimiento de cómo el material didáctico está siendo utilizado para complementar cada tema.

La parte teórica, imágenes y ejercicios que fueron utilizados para la elaboración de la guía didáctica fue basada en la obra de Termodinámica del Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara, además se utilizaron algunos aportes de páginas como: Departamento de Física Aplicada II. (2015). Motor de Otto. Recuperado de [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo\\_Otto](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo_Otto), Venemedia, C. (2011). Definiciones conceptos. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/temperatura/>, Venemedia, C. (2011). Definiciones conceptos. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/presion/>, Venemedia, C. (2011). Definiciones conceptos. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/volumen/>, Pérez, J. y Merino, M. (2012). Definición de gaseoso. Recuperado de <https://definicion.de/gaseoso/>, para enriquecer el contenido científico.



### 3.3 Matriz de Planeación.

En la Tabla 3.3.1 se muestra la distribución del material didáctico para cada uno de los temas de texto del Dr. Santiago Avecillas de la asignatura de Termodinámica.

Tabla 3.3.1 Matriz de Planeación

UNIDAD	SUB-UNIDAD	TEMA	MATERIAL DIDÁCTICO
Temperatura y Calor	Calor y Calorimetría	Equivalente Mecánico del Calor	Aparato de Joule
		Cambios de fase	Diagrama U-T
Gases y Termodinámica	Estudio de los Gases	El Factor de Boltzmann	Celdas de Energía
			Diagrama $n(\xi)-\xi$
		Distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann	Diagrama $n(v) - v$
		Desorden y Entropía	Desorden y Entropía
	Termodinámica	Interacciones Termodinámicas y primera Ley de la Termodinámica	Interacciones Termodinámicas
		Trabajo y diagrama p-V para un gas	Diagrama p-V



		Procesos Isocóricos e Isobáricos	Diagrama p-V Procesos Isobáricos e Isocóricos
		Procesos Isotérmicos y Adiabáticos	Diagrama p-V Procesos Isotérmicos y Adiabáticos
		Motor de Otto	Motor de Otto



**FACULTAD DE FILOSOFÍA,  
LETRAS Y CIENCIAS  
DE LA EDUCACIÓN.**



**CARRERA DE MATEMÁTICAS Y  
FÍSICA.**

**“ELABORACIÓN DE MATERIAL  
DIDÁCTICO PARA LA  
ENSEÑANZA DE ALGUNOS  
TEMAS DE LA CÁTEDRA DE  
TERMODINÁMICA PARA LA  
CARRERA DE MATEMÁTICAS Y  
FÍSICA”**



*GUÍA DIDÁCTICA  
PARA  
TERMODINÁMICA*

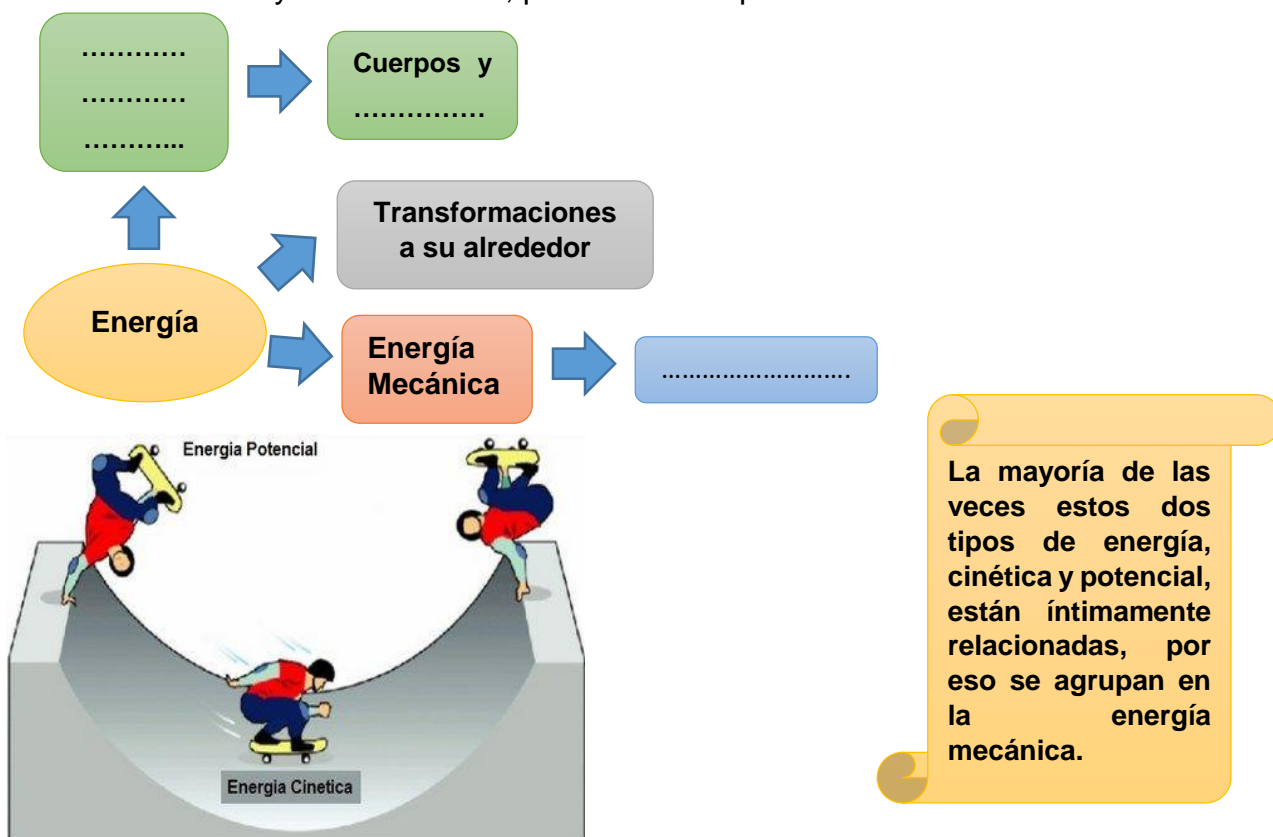
**CUENCA 2018**

# EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR

**OBJETIVO:** Identificar los diferentes procesos que James Prescott Joule realizó para obtener Equivalente mecánico del calor. Recordar las fórmulas de la Energía Cinética y Potencial.

## ANTICIPACIÓN

- Antes de ingresar directamente al estudio del tema, los estudiantes deberán completar los siguientes recuadros que hace referencia a la energía, sus ecuaciones y características, para ello de dispondrá de 10 min.



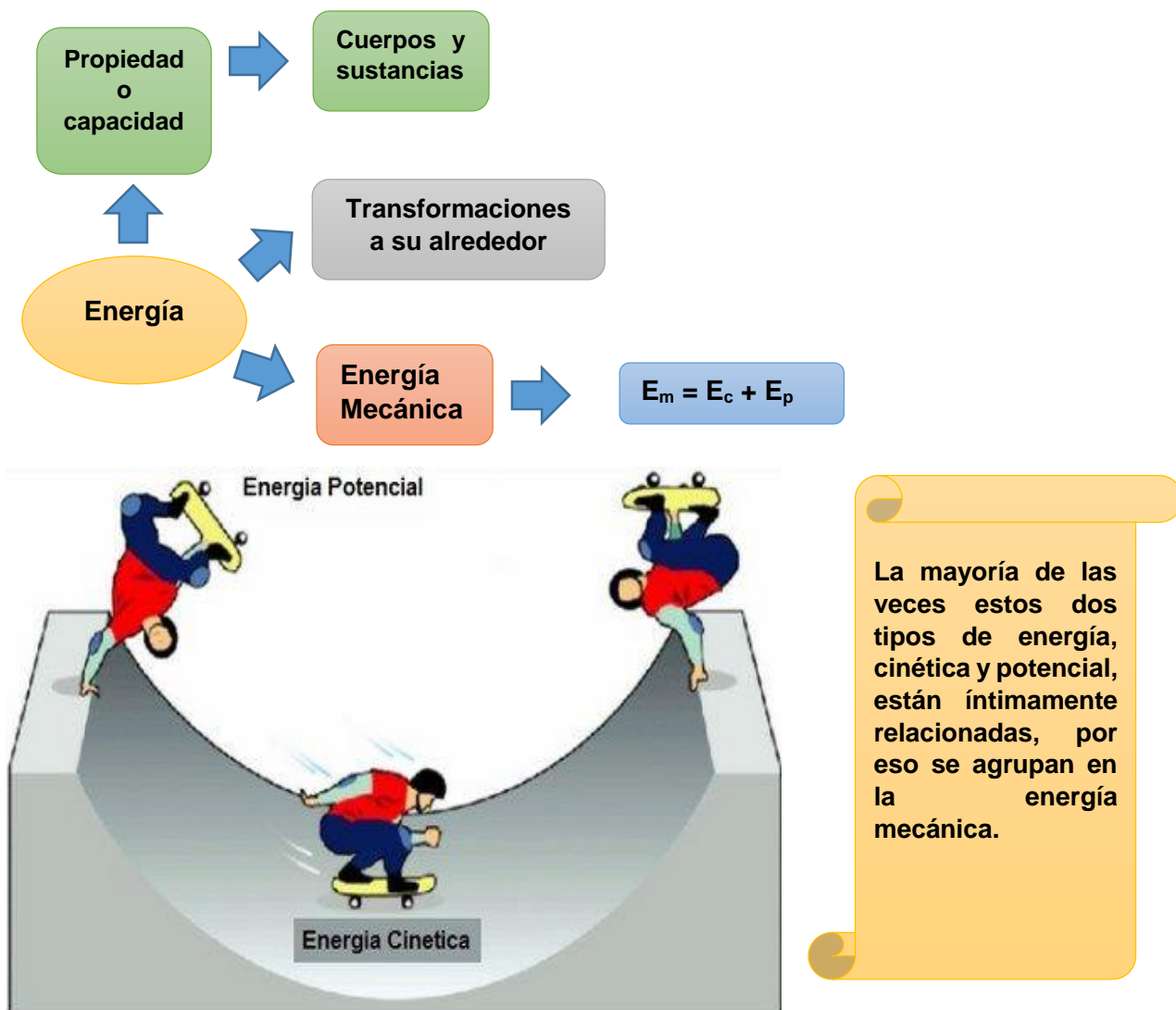
Gráfica 3.4.1.1a Recuperado: <http://www.areaciencias.com/fisica/energia-cinetica-y-potencial.html>

- En los siguientes recuadros los estudiantes deberán completar con el concepto de Energía Potencial y Cinética y además la ecuación que define a cada una.

<b>Energía Potencial:</b>	.....	➔	.....
<b>Energía Cinética:</b>	.....	➔	.....

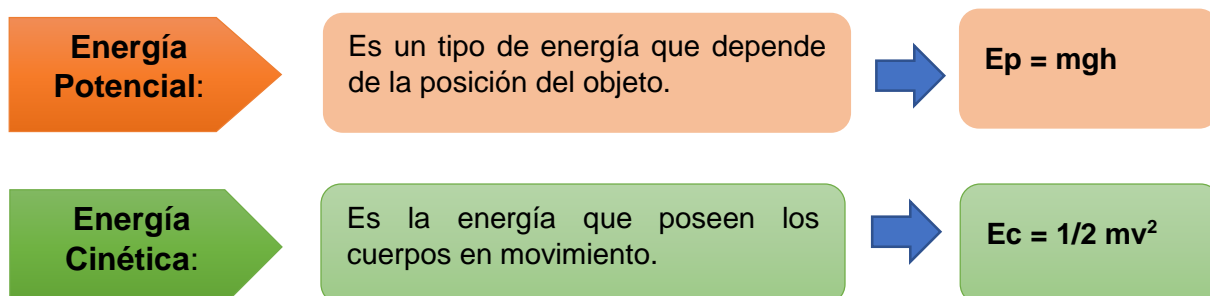


- A continuación, el docente procederá a verificar las respuestas emitidas por los estudiantes con el solucionario que se presenta a continuación, se tomará 8 min para realizar esta actividad.



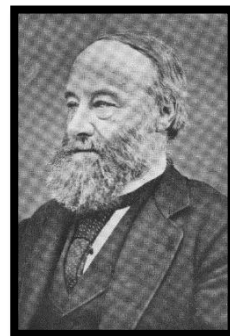
Gráfica 3.4.1.1b Recuperado: <http://www.areaciencias.com/fisica/energia-cinetica-y-potencial.html>

- Concepto y fórmulas de la Energía Potencial y Cinética.



## CONSTRUCCIÓN

En la historia de la ciencia, el concepto de equivalente mecánico del calor hace referencia a que el movimiento y el calor son mutuamente intercambiables, y que, en todos los casos, una determinada cantidad de trabajo podría generar la misma cantidad de calor siempre que el trabajo hecho se convirtiese totalmente en energía calorífica. El equivalente mecánico del calor fue un concepto que tuvo un papel importante en el desarrollo y aceptación del principio de la conservación de la energía y en el establecimiento de la ciencia de la termodinámica en el siglo XIX.



**Fuente: Dr.  
Alberto  
Santiago  
Avecillas Jara**

Los físicos del siglo 18 creían que un cuerpo se calentaba o enfriaba porque absorbía o desprendía una especie de fluido misterioso al que llamaron “calórico”. Sin embargo, a fines del siglo 18 y comienzos del 19 empezó a surgir la idea de que el calor tendría alguna relación con la energía, de modo que se podría establecer la relación  $\Delta Q = J \Delta E$ , donde  $J$  sería la constante de proporcionalidad.

Es importante que no confundir el calor con temperatura. El calor es una energía en tránsito entre dos cuerpos que están a distinta temperatura.

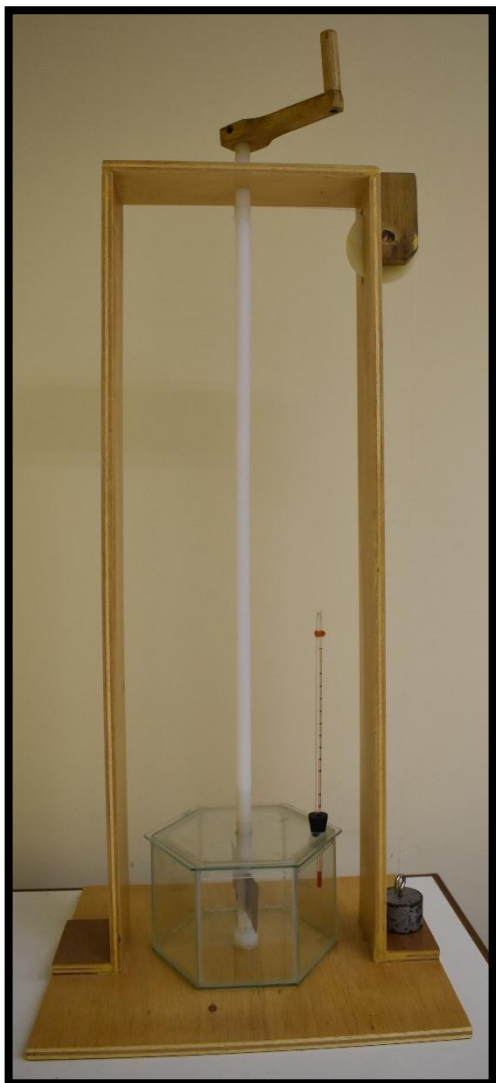
Benjamín Thompson, conde de Rumford, fue uno de los primeros en apuntar en esta dirección. En sus trabajos dirigiendo el corte de piezas de bronce observó el gran calentamiento que se producía durante el proceso de cortado, por lo que era preciso enfriar el conjunto sumergiéndolo en agua; el calor generado hacía hervir el agua y Thompson utilizó la rapidez de ebullición como una medida aproximada del calor generado. Al relacionarlo con el trabajo realizado por los caballos que accionaban la cortadora pudo obtener para la constante  $J$  el valor de  $5,7 \text{ J/cal}$ . Repitió la experiencia utilizando una sierra absolutamente roma y aun así hervía el agua. Entre 1840 y 1870 James Prescott Joule realizó una serie de experimentos más elaborados para determinar la relación entre el trabajo realizado y el calor generado. De sus trabajos determinó para la constante  $J$  el valor de  $4,24 \text{ J/cal}$ . De ese modo se estableció el equivalente mecánico del calor:  $\Delta Q = 4,24 \Delta E$ . Físicos posteriores mejoraron



las técnicas experimentales de Joule y en la actualidad se acepta el valor  $J = 4,186$  J/cal, de tal manera que la expresión actual que relaciona el calor, en cal, con la energía, en J, es:

$$\Delta Q = 4,186 \Delta E$$

## APOYO DEL MATERIAL DIDÁCTICO



Gráfica 3.4.1.2 Autoría propia. Aparato de Joule

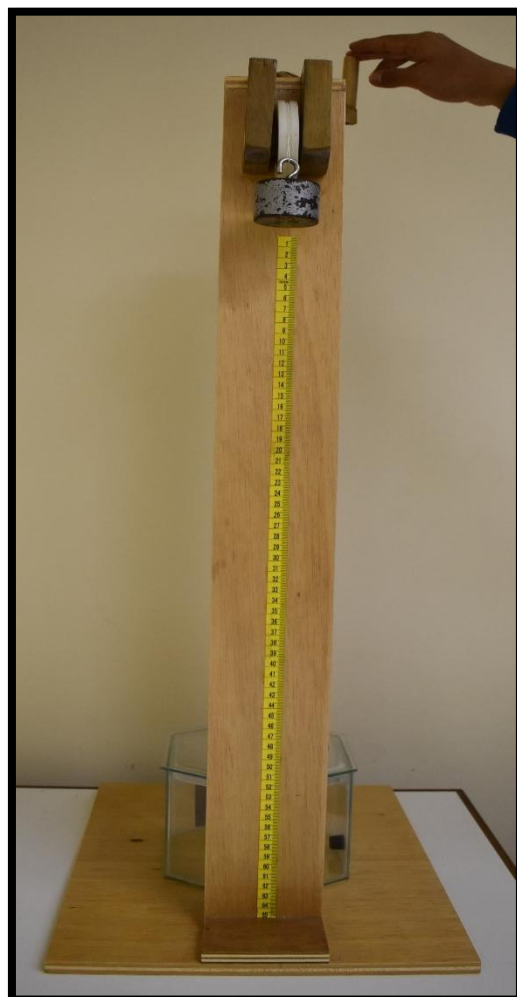
Descripción

$m = 1 \text{ kg}$

$h = 0,65 \text{ m}$

Líquido = Agua

$T_o = 295,15 \text{ K}$



Gráfica 3.4.1.3 Autoría propia. Aparato de Joule

### Realización de algunas preguntas guías con la ayuda de la maqueta



Gráfica 3.4.1.4 Autoría propia. Aparato de Joule

1.- En la posición en la que se encuentra la pesa, ¿a cuánto equivale su energía potencial?

Ep = .....

2.- ¿Si cambiamos de posición a la pesa y la llevamos hacia la altura máxima, su energía potencial habrá cambiado?

Ep = .....



Gráfica 3.4.1.5 Autoría propia. Aparato de Joule



3.- ¿Qué función cumple la pesa?

.....

.....

4.- ¿Qué produce el movimiento de las aspas dentro del líquido?

.....

.....

.....

5.- ¿Que sucedió con la temperatura del líquido?

.....

.....

Gráfica 3.4.1.6 Autoría propia. Aparato de Joule

6.- ¿A qué se debe la variación de la temperatura del líquido?

.....

.....

.....

.....

7.- ¿A qué conclusión podemos llegar?

.....

.....

.....

.....



## Ejercicio modelo

En el recipiente hexagonal de la maqueta se coloca 2,078 460 969 kg de agua que se encuentra a una temperatura de 20 °C, se ajusta la masa de 1 kg a una altura de 60 cm. ¿Qué temperatura alcanzará?

$$T_i = 20\text{ °C} = 293,15\text{ K}$$

$$M = 1\text{ kg}$$

$$m = 2,078\ 460\ 969\text{ kg}$$

$$h = 0,60\text{ m}$$

$$c = 4\ 186,000\text{ J/(kg.K)}$$

$$Mgh = cm(T_f - T_i)$$

$$T_f - T_i = \frac{Mgh}{cm}$$

$$T_f = T_i + \frac{Mgh}{cm}$$

$$T_f = 293,15 + \frac{1 \cdot 9,8 \cdot 0,60}{4186 \cdot 2,078}$$

$$T_f = 293,150\ 675\ 8\text{ K}$$

## ACTIVIDADES

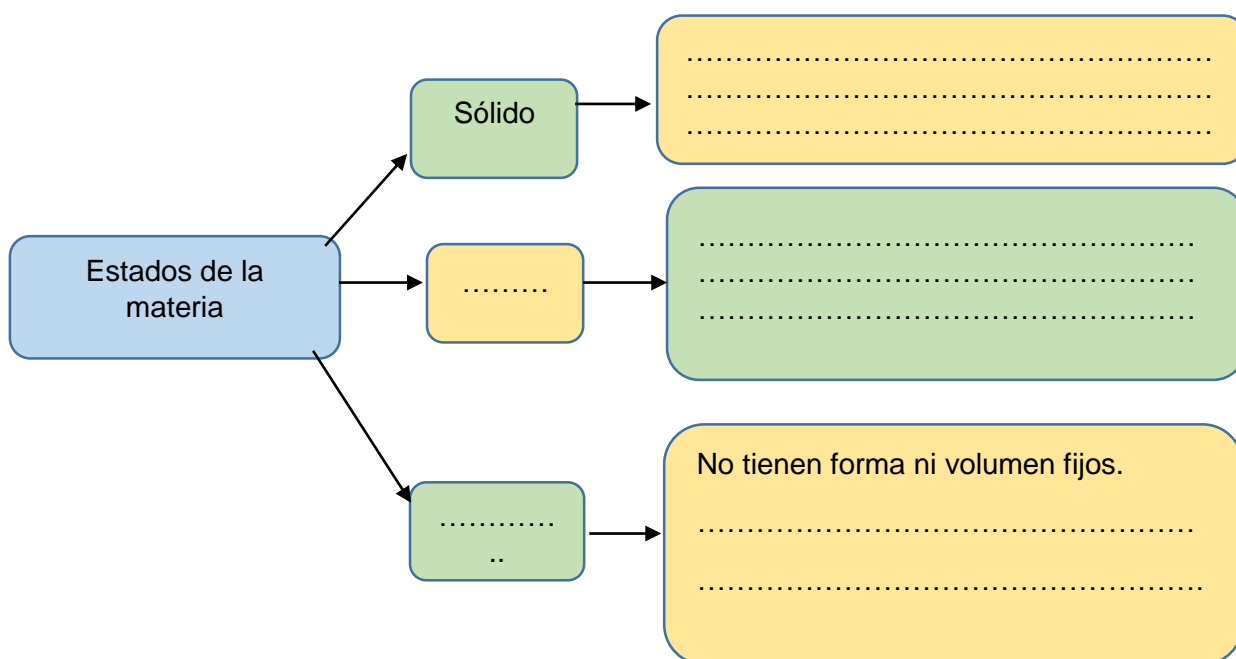
- 1- En el recipiente hexagonal de la maqueta se coloca 2,078 460 969 kg de agua que se encuentra a una temperatura de 20 °C, se ajusta la masa de 1 kg a una altura de 60 cm. ¿Qué temperatura alcanzará?
- 2- En su luna de miel, James Joule viajó de Inglaterra a Suiza. Trató de verificar su idea de la convertibilidad entre energía mecánica y energía interna al medir el aumento en temperatura del agua que caía de una catarata. Si el agua de una catarata alpina tiene una temperatura de 10 °C y luego cae 50 m (como las cataratas del Niágara), ¿qué temperatura máxima podría esperar Joule que hubiera en el fondo de las cataratas?
- 3- En el dispositivo mostrado (utilizado por Joule para determinar el equivalente mecánico del calor), la masa de la pesa es de 1,5 kg, y el recipiente aislado se llena con 1 000 g de agua. ¿Cuál es el aumento de la temperatura del agua después que los bloques caen una distancia de 0,70 m.

# CAMBIOS DE FASE

**OBJETIVO:** Examinar los conceptos, leyes y otros aspectos relacionados con este tema y sus consecuencias en la vida real.

## ANTICIPACIÓN

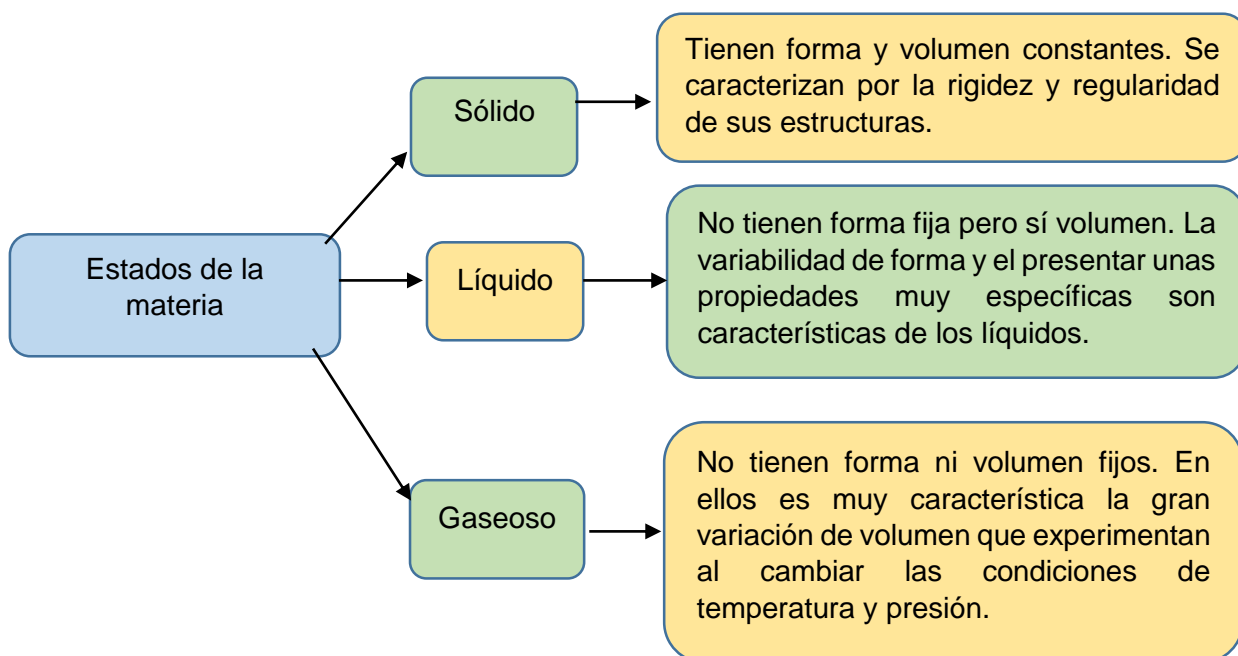
Para iniciar la clase el docente pedirá a los estudiantes que completen el siguiente cuadro sinóptico de los estados de la materia, los estudiantes deberán escribir en los espacios en blanco los nombres de los estados faltantes y también deberán escribir las características de los mismos. (Tiempo para la actividad 10 min)



Recuperado de: <https://laboratoriodeciencia.wordpress.com/estados-de-la-materia/>

**Solución**

Acabado el tiempo destinado a la actividad se recomienda al docente hacer el control de la tarea, lo cual no le llevará más de 5 min.

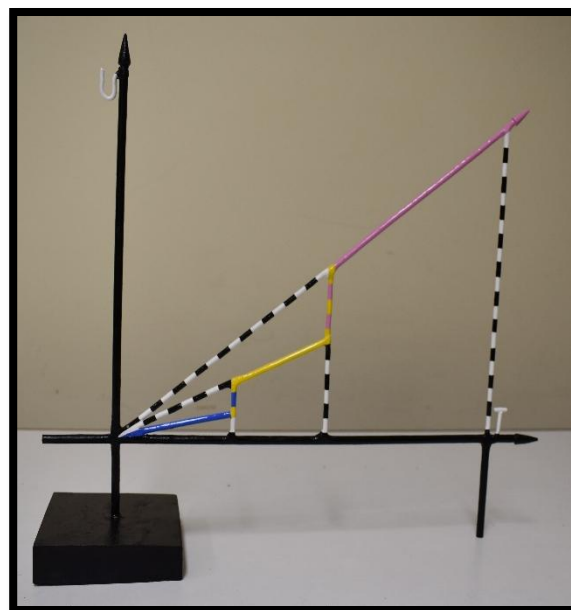


Gráfica 3.4.2.1

Recuperado de: <https://laboratoriodeciencia.wordpress.com/estados-de-la-materia/>

## CONSTRUCCIÓN

Los tres estados o fases en que se nos presenta la materia circundante son sólido, líquido y gaseoso. Cada fase tiene sus características y peculiaridades que son conocidas desde nuestros primeros años de edad; sin embargo hay una novedad que debemos conocer: la materia en estado gaseoso es la que contiene mayor cantidad de energía interna por unidad de masa, en segundo lugar está la materia en estado líquido y finalmente la materia en estado sólido. En la gráfica 3.4.2.2 presenta



Gráfica 3.4.2.2 Autoría propia. Diagrama U-T

un diagrama de niveles de energía interna  $U$ , en función de la temperatura  $T$ , para un amplio rango de  $T$ , de modo que se puede encontrar a la sustancia en las tres fases. Observe que el intercambio de fases implica un “salto brusco de energía interna”; además los peldaños no son horizontales debido a que la temperatura incrementa la energía interna de la muestra en cada uno de sus tres estados.

El hecho de que una sustancia se encuentre en una u otra fase depende únicamente de la energía interna de que dispone, la cual es función de la temperatura, primordialmente; sin embargo los parámetros presión y volumen tienen su influencia directa en la cuestión. Si se incrementa la energía interna es posible llegar a producir el cambio de fase de la sustancia utilizada.

Los cambios de fase que se pueden producir son los siguientes:

**FUSIÓN:** paso de la fase sólida a la líquida para lo cual hay que entregar calor a la muestra.

**SOLIDIFICACIÓN:** paso de la fase líquida a la sólida para lo cual hay que retirar calor de la muestra.

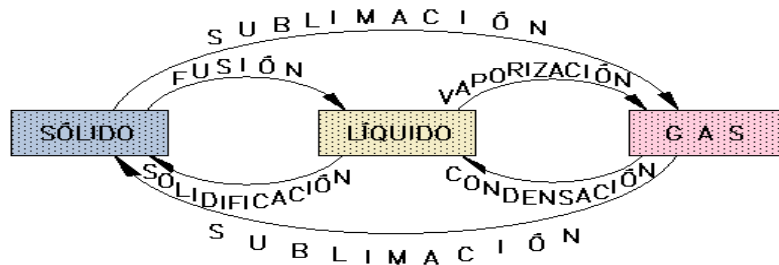
**VAPORIZACIÓN:** paso de la fase líquida a la gaseosa para lo cual hay que entregar calor a la muestra.



**CONDENSACIÓN:** Paso de fase gaseosa a líquida para lo cual hay que retirar calor de la muestra.

**SUBLIMACIÓN:** paso de la fase sólida a la gaseosa o viceversa para lo cual hay que entregar o retirar calor de la muestra.

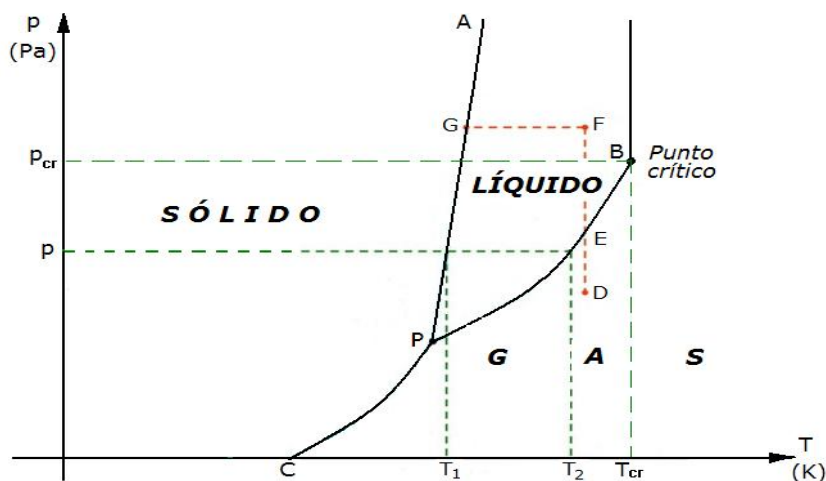
De entre ellos, el menos frecuente en condiciones naturales es la sublimación; de todos modos, hay unos cuantos ejemplos que lo verifican: la vaporización del hielo seco, la vaporización del carbón, la formación de cristalitos de agua (escarcha), etc. Sin embargo, en los laboratorios es posible sublimar casi toda sustancia conocida.



Gráfica 3.4.2.3 Cambios de fase

Fuente: Dr. Alberto Santiago AVECILLAS JARA

Se llama “diagrama de fases” o diagrama  $p - T$  de una sustancia cualquiera, un diagrama como el que se muestra en la gráfica 3.4.2.4, en el que aparecen las regiones correspondientes a las tres fases, las líneas límite entre dos fases, el punto triple y el punto crítico.



Gráfica 3.4.2.4 Diagrama  $p - T$

Fuente: Dr. Alberto Santiago AVECILLAS JARA





Los diagramas  $p - T$  son característicos de cada sustancia y el que se muestra en la figura corresponde aproximadamente al del agua. El tramo PA corresponde a las combinaciones presión-temperatura para las cuales pueden coexistir agua sólida y líquida; el tramo PB corresponde a las combinaciones presión-temperatura para las cuales pueden coexistir agua líquida y gaseosa; el tramo PC corresponde a las combinaciones presión-temperatura para las cuales pueden coexistir agua sólida y gaseosa; el punto P es el punto triple, el cual corresponde a la combinación o par ordenado termodinámico temperatura-presión, para la cual pueden coexistir las aguas en fases sólida, líquida y gaseosa, esto es:  $(T = 273,157\text{ K} ; p = 611\text{ Pa})$ . El punto crítico implica una temperatura crítica, la cual representa la mínima temperatura requerida por el gas para que no se condense, a pesar de que se incremente su presión.

Cuando una sustancia cambia de fase se cumplen las siguientes leyes:

1- Durante el cambio de fase la temperatura de la muestra permanece constante en un valor llamado “punto de fusión” o “punto de ebullición”.

2- Para que ocurra el cambio de fase es necesario entregar o retirar de la muestra una cantidad de calor dada por:

$$\Delta Q = LM$$

Donde la constante  $L$  se denomina “calor latente” (de fusión o de vaporización, según el caso) y se expresa en  $J/kg$  o, antiguamente, en  $cal/g$ .

3- La presión altera significativamente el punto de cambio de fase de una sustancia.

4- Las impurezas alteran ligeramente el punto de cambio de fase.



## ACTIVIDADES:

1- Se llaman cambios de fase .....

.....

2- La fusión consiste en .....

.....

3- Se llama condensación .....

.....

4- Los diagramas de fases muestran .....

.....

5- Durante el cambio de fase la temperatura .....

.....



# EL FACTOR DE BOLTZMANN

**OBJETIVO:** *Desarrollar la función de distribución de energías de una muestra gaseosa constituida por muchas partículas.*

## ANTICIPACIÓN

Se sugiere al docente realizar las siguientes preguntas dirigidas referentes al tema de probabilidad. (Tiempo para la actividad 10min)

1- Se llama probabilidad .....

2- Se llama macroestado .....

3- Un microestado es.....

4- La probabilidad compuesta es .....



Recuperado de: <https://www.esan.edu.pe/apuntes-empresariales/2016/10/conoce-las-principales-distribuciones-de-probabilidad/>

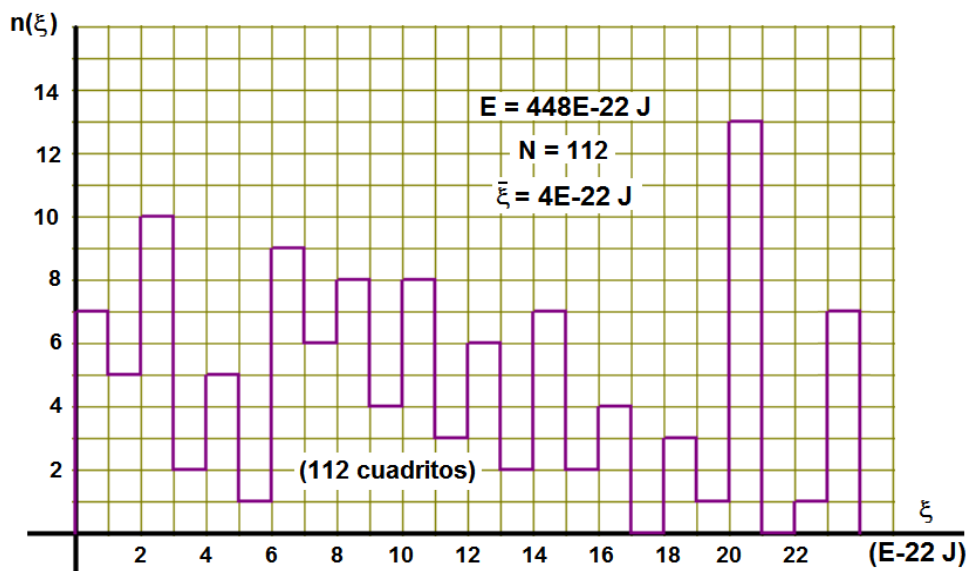


A continuación, el docente realizará la correspondiente verificación acerca de las respuestas emitidas por los estudiantes comparando con la solución, se dispondrá de 5 min.

- 1- La probabilidad es aquella que permite establecer toda la gama de resultados probables de ocurrir en un experimento determinado. Es decir, describe la probabilidad de que un evento se realice en el futuro.
- 2- Los macroestados son todos aquellos arreglos o soluciones (microestados) de una situación específica.
- 3- Los microestados se definen, como el arreglo de cada molécula en el sistema en un solo instante.
- 4- Y en cuanto a la probabilidad compuesta nos es más que la posibilidad de que dos eventos A y B pasen al mismo tiempo

## CONSTRUCCIÓN

Tocamos aquí el campo de la Física estadística, que es útil para el análisis de sistemas formados por muchas partículas. Las medidas de tendencia central son valiosas, pero no describen el comportamiento del sistema; entonces se requieren otros conceptos de los cuales el más útil es el de “función de distribución”. Desarrollaremos la función de distribución  $n(\xi)d\xi$  para un gran número de objetos idénticos (por ejemplo moléculas de un gas ideal) que están en equilibrio térmico; entonces  $\xi$  es la energía de cada objeto y la función de distribución  $n(\xi)d\xi$  señala la “cantidad de objetos cuya energía está comprendida entre  $\xi$  y  $\xi + d\xi$ ”. En principio la función  $n(\xi)$



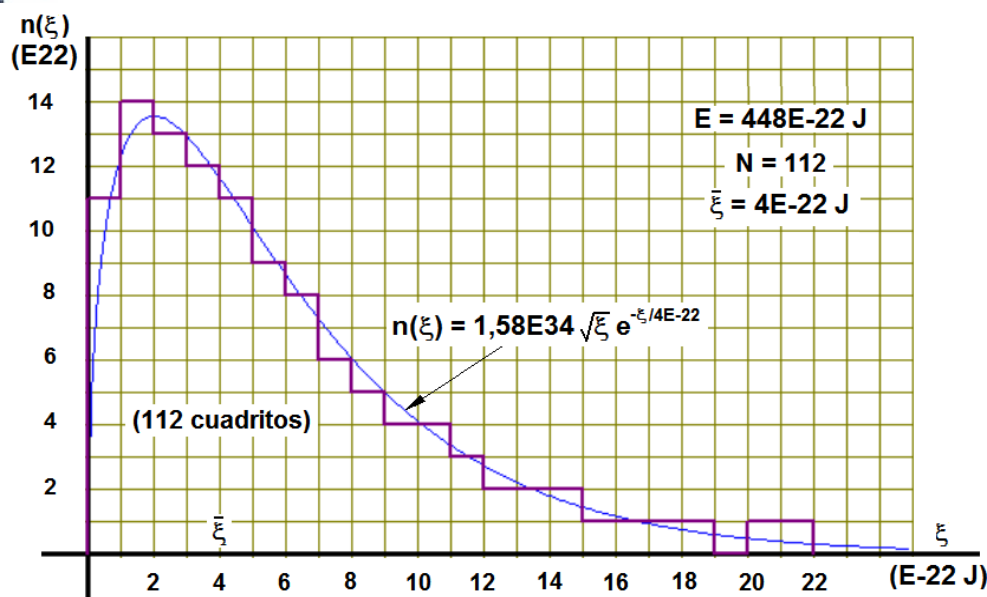
Gráfica 3.4.3.1

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

podría ser escalonada, como se muestra en la gráfica 3.4.3.1; pero debido a las continuas interacciones de los objetos, ella cambiará con el tiempo, aunque siempre se cumplirá la ley de conservación de la energía (representada por el área bajo la curva). El cambio de  $n(\xi)$  es muy rápido al inicio y luego se estabiliza y “tiende a una forma de equilibrio” que corresponde a la función de distribución “más probable”. Curiosamente dicha distribución tiene una forma escalonada que se distribuye en torno a una curva similar a la de la gráfica 3.4.3.2. Supongamos, por ejemplo, que el sistema tiene 112 moléculas con una energía total de  $448E-22$  J; en este caso la energía media de las moléculas será  $\bar{\xi} = \frac{E}{N} = \frac{448E-22}{112} = 4E-22$ . Por otro lado vemos que la curva continua representa la distribución más probable y su expresión matemática tiene la forma  $n(\xi) = \frac{2 \cdot 112 \sqrt{\bar{\xi}}}{\sqrt{\pi} (4E-22)^{3/2}} e^{-\xi/4E-22}$ , donde  $\xi$  y  $\bar{\xi}$  se expresan en julios. En consecuencia, la forma general para la expresión de  $n(\xi)d\xi$  será:

$$n(\xi)d\xi = \frac{2N\sqrt{\bar{\xi}}}{\sqrt{\pi} \bar{\xi}^{3/2}} e^{-\xi/\bar{\xi}} d\xi \quad (3.4.3.a)$$

recordando que  $n(\xi)d\xi$  representa la cantidad de objetos o moléculas cuya energía está comprendida entre  $\xi$  y  $\xi + d\xi$ .



Gráfica 3.4.3.2

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

Hay que recalcar que no importa cómo inicie el sistema, pues éste siempre evolucionará a su estado más probable descrito por la ecuación (3.4.3.a); por lo tanto, la función de equilibrio de la distribución de energía “prefiere” las energías más bajas; de hecho, la energía más probable corresponde al valor  $\xi = 2E - 22 J$ . El factor  $2N/(\sqrt{\pi} \bar{\xi}^{3/2})$  de la ecuación (3.4.3.b) es el único posible, ya que es el único factor matemático que permite “normalizar” las curvas, esto es, conseguir que la sumatoria del número de moléculas para todas las energías sea igual a  $N$ .

Esta sumatoria se convierte en integral cuando  $N \rightarrow \infty$ , es decir:

$$N = \int_0^{\infty} n(\xi) d\xi = \int_0^{\infty} \frac{2N\sqrt{\xi}}{\sqrt{\pi} \bar{\xi}^{3/2}} e^{-\xi/\bar{\xi}} d\xi \quad (3.4.3.b)$$

que puede verificarse fácilmente.

Supongamos que los “objetos” de los que hemos estado hablando son moléculas monoatómicas que vibran unidireccionalmente; utilizando el teorema de equipartición de la energía, la expresión para su energía en julios será  $\bar{\xi} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ , que contiene  $\eta = 2$  términos; luego, a partir de la ecuación (texto de Termodinámica del Dr. Santiago Avecillas pag. 92 ) tenemos  $\bar{\xi} = \frac{\eta}{2}kT = \frac{2}{2}kT = kT$ , con lo cual la ecuación (3.4.3.a) tomaría la forma:



$$n(\xi)d\xi = \frac{2N\sqrt{\xi}}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} e^{-\xi/kT} d\xi \quad (3.4.3.c)$$

La probabilidad asociada con un valor particular de la energía  $\xi$ , a partir de la ecuación (3.4.3.a) es  $P(\xi) \propto e^{-\xi/\bar{\xi}}$ , que para el presente caso es:

$$P(\xi) \propto e^{-\xi/kT} \quad (3.4.3.d)$$

Esta es una de las relaciones más fructíferas de la Física estadística. El factor  $e^{-\xi/kT}$  se denomina “factor de Boltzmann”.

### Ejercicio modelo

Un sistema gaseoso está formado por 8 000 osciladores lineales. La energía total del mismo es de  $128E-15 J$ . Determine: a) la función de distribución de energías por unidad de energía en estado de equilibrio, b) el número de osciladores cuya energía fluctúa entre  $\xi = 4,00E-17 J$  y  $\xi = 4,01E-17 J$ .

a) Puesto que  $\bar{\xi} = \frac{E}{N} = \frac{128E-15}{8\,000} = 1,6E-17$ , entonces:

$$n(\xi)d\xi = \frac{2N\sqrt{\xi}}{\sqrt{\pi}\bar{\xi}^{3/2}} e^{-\xi/\bar{\xi}} d\xi = \frac{2.8000\sqrt{\xi}}{\sqrt{\pi}(1,6E-17)^{3/2}} e^{-\xi/1,6E-17} d\xi$$

$$n(\xi)d\xi = 1,41E29\sqrt{\xi} e^{-\xi/1,6E-17} d\xi$$

b)  $d\xi_1 = 4,01E-17 - 4,00E-17 = 1E-19$

$$n(\xi_1)d\xi_1 = 1,41E29\sqrt{4,00E-17} e^{-4,00E-17/1,6E-17} \cdot 1E-19$$

$$n(\xi_1)d\xi_1 \approx 7 \text{ osciladores}$$

## APOYO DEL MATERIAL DIDÁCTICO

El docente procederá a hacer uso del material de apoyo.

- El docente mostrará a los estudiantes el material didáctico como se muestra en la gráfica 3.4.3.3, y con él explicará que se trata de una caja que contiene celdas, en la cual las moléculas rebotan de un lado a otro, produciendo choques en cualquier lugar.



Gráfica 3.4.3.3 Autoría propia. Celdas de Energía

- A continuación, el docente utilizará unas pelotitas de plástico, cuya función es la de las moléculas, su propósito es soltarlas dentro de la caja y observar cómo se distribuyen en las celdas, como se muestra en la gráfica 3.4.3.4.

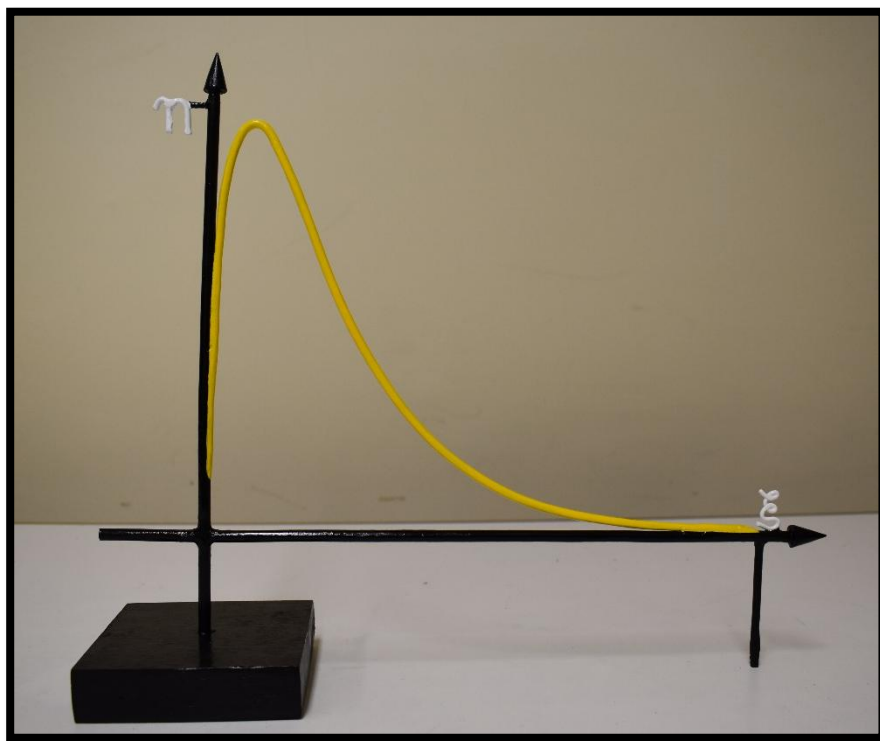


Gráfica 3.4.3.4 Autoría propia. Celdas de Energía

- EL estudiante podrá observar cómo se van distribuyendo las moléculas en las celdas en un tiempo determinado.
- Después el docente procederá a retirar las moléculas y volverá a repetir el proceso anterior varias veces.
- Se recopilarán los datos y se analizarán.
- Como conclusión el docente explicará que los sucesos observados no siempre son los mismos.



- Luego hará uso del siguiente material didáctico para indicar la representación gráfica del experimento realizado anteriormente, que corresponde al diagrama de distribución de energías mostrado en la gráfica 3.4.3.5.



Gráfica 3.4.3.5 Autoría propia. Diagrama  $n(\xi)-\xi$



## ACTIVIDADES:

### a) Complete:

1.- La función de distribución señala

.....  
.....

2.- La función de distribución evoluciona hasta

.....  
.....

3.- El factor  $\frac{2N}{\sqrt{\pi} \bar{\xi}^{3/2}}$  es el único posible, pues

.....  
.....

4.- La ecuación  $P(\xi) \propto e^{-\xi/kT}$  es

.....  
.....

### b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- a) Halle la función de distribución de  $1 \text{ mol}$  de hidrógeno molecular a  $15\,000 \text{ K}$ , sabiendo que su contenido energético es de  $124\,745,73 \text{ J}$ . b) el número de moléculas cuya energía fluctúa entre  $2,00E-19 \text{ J}$  y  $2,02E-19 \text{ J}$ .

2- Determine la expresión del factor de Boltzmann suponiendo que los objetos son moléculas monoatómicas que se mueven en el espacio.

3- De la espectrometría del hidrógeno se obtienen los siguientes niveles de energía vibracionales:  $\xi_1 = 4,37E-20$ ;  $\xi_2 = 13,11E-20$ ;  $\xi_3 = 21,85E-20 \text{ J}$ , todos con respecto al valor base  $\xi_0 = 0$ . Determine: a) la probabilidad de que el átomo se encuentre en el estado correspondiente a  $\xi_1$  a  $600 \text{ K}$ , b) la probabilidad de que el átomo se encuentre en el estado correspondiente a  $\xi_3$  a  $12\,000 \text{ K}$ , c) la temperatura necesaria para que la probabilidad de tener al átomo en el estado  $\xi_2$  sea de  $0,8$ .

# DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES DE MAXWELL-BOLTZMANN

**OBJETIVO:** Obtener la función de distribución de velocidades de las muchísimas moléculas que conforman una muestra gaseosa. Desarrollar las actividades propuestas.

## ANTICIPACIÓN

Se mandará previamente a observar el siguiente video.

[https://www.youtube.com/watch?v=0F-UO\\_sKhrA](https://www.youtube.com/watch?v=0F-UO_sKhrA), después los estudiantes voluntariamente responderán a continuación las siguientes preguntas (5 minutos).



Gráfica 3.4.4.1 Distribución de velocidades de Maxwell- Boltzmann

¿Como afecta el incremento de la temperatura en la velocidad de las moléculas?

.....

Explique que es la velocidad más probable.....

.....



## CONSTRUCCIÓN

Dentro de una muestra gaseosa en equilibrio térmico a la temperatura  $T$ , la velocidad de las moléculas es muy variable, desde cero hasta valores relativamente grandes. Aquí queremos hallar la función de distribución de las velocidades de las moléculas de un gas ideal, para lo cual haremos uso del factor de Boltzmann. Podemos partir utilizando la expresión siguiente:

$$n(v) = K \cdot G(v) P(v) \quad (a)$$

donde el número de estados comprendidos en los intervalos no es constante, sino dependiente de  $v$ , pues para un valor concreto de  $v$  hay muchos vectores  $\vec{v}$ .

Puesto que la magnitud de  $\vec{v}^2$  es  $v^2$ , se concluye que  $G(v) \propto v^2$  y se conoce como “el factor de densidad de los estados”. Asimismo, ya que, para un gas ideal monoatómico, la energía de sus moléculas se expresa mediante la forma compacta:

$$\xi = \frac{1}{2}mv^2$$

entonces la probabilidad del correspondiente macro estado, utilizando el factor de Boltzmann, será:

$$P(v) \propto e^{-\xi/kT} = e^{-mv^2/2kT} \quad (b)$$

Con las consideraciones anteriores, la ecuación (a) toma la forma:

$$n(v) = Kv^2 e^{-mv^2/2kT} \quad (c)$$

Aplicando la condición de normalización u otros métodos matemáticos, se logra determinar la expresión concreta de la constante de proporcionalidad; ésta es:

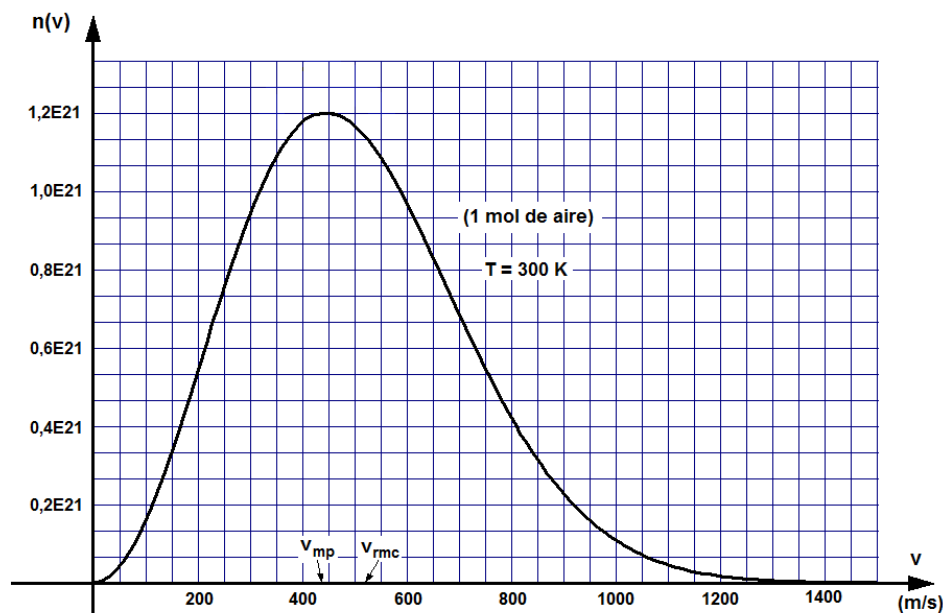
$$K = \frac{\sqrt{2} N}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{kT} \right)^{3/2}, \text{ donde } m \text{ es la masa de la molécula del gas considerado expresada}$$

en kilogramos. Con esto se obtiene la ecuación:

$$n(v)dv = \frac{\sqrt{2} N}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv \quad (3.4.4.a)$$

que representa la función de “distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann”, esto es el número de partículas con velocidades comprendidas entre  $v$  y  $v + dv$ .

La Gráfica 3.4.4.2 muestra la distribución de velocidades  $n(v)$  para un mol de aire a  $300\text{ K}$ . Vemos que en un principio la curva asciende; esto ocurre debido a que para pequeños valores de  $v$ , el factor  $v^2$  crece más rápidamente de lo que decrece el factor de Boltzmann  $e^{-mv^2/2kT}$ . En cierto valor de  $v$  se alcanza el pico de la curva y luego se inicia el descenso porque el factor  $e^{-mv^2/2kT}$  predomina sobre el factor  $v^2$ . Dicho descenso ocurre sobre una curva exponencial que decrece con  $v^2$ ; la correspondiente comprobación experimental la realizaron Miller y Kusch.



Gráfica 3.4.4.2

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara



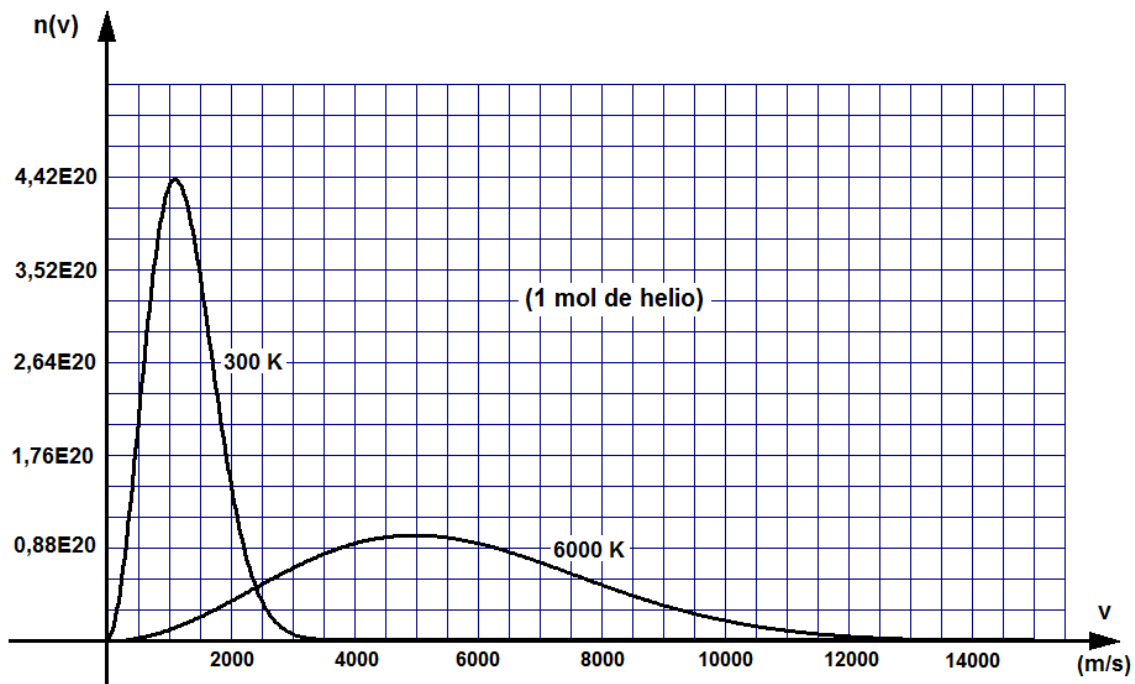
La Gráfica 3.4.4.3 muestra la dependencia que tiene  $n(v)$  con respecto a la temperatura: allí las dos curvas corresponden a sendas distribuciones de velocidades de las moléculas de un mol de helio a las temperaturas de  $300\text{ K}$  y  $6\,000\text{ K}$ , respectivamente.

Observe que en la gráfica 3.4.4.2 se han marcado dos velocidades particulares,  $v_{mp}$  y  $v_{mc}$ , que son:

$v_{mp}$ : “la velocidad más probable”, que corresponde al pico de la curva,

y:

$v_{mc}$ : la “raíz media cuadrática de las velocidades”.



Gráfica 3.4.4.3

Fuente: Alberto Santiago Avecillas Jara

Ahora determinaremos las respectivas expresiones:



a) Para la velocidad más probable basta derivar la función  $n(v)$  con respecto a  $v$  e igualar a cero:

$$\begin{aligned}\frac{dn(v)}{dv} &= \frac{d}{dv} \left( K v^2 e^{-mv^2/2kT} \right) = K \left( 2ve^{-mv^2/2kT} - \frac{mv^3}{kT} e^{-mv^2/2kT} \right) = \\ &= K v e^{-mv^2/2kT} \left( 2 - \frac{mv^2}{kT} \right) = 0\end{aligned}$$

es decir:

$$2 - \frac{mv^2}{kT} = 0$$

de donde:

$$\boxed{v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}} \quad (3.4.4.b)$$

que depende de  $m$  y  $T$ .

b) Para hallar la raíz media cuadrática de la velocidad podemos utilizar la ecuación

$\bar{\xi} = \frac{3}{2} kT$ , desarrollada en la teoría cinética del gas ideal, e igualarla a la ecuación

$\bar{\xi} = mv^2/2$ , esto es:

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

de donde:

$$\boxed{v_{mc} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}} \quad (3.4.4.c)$$

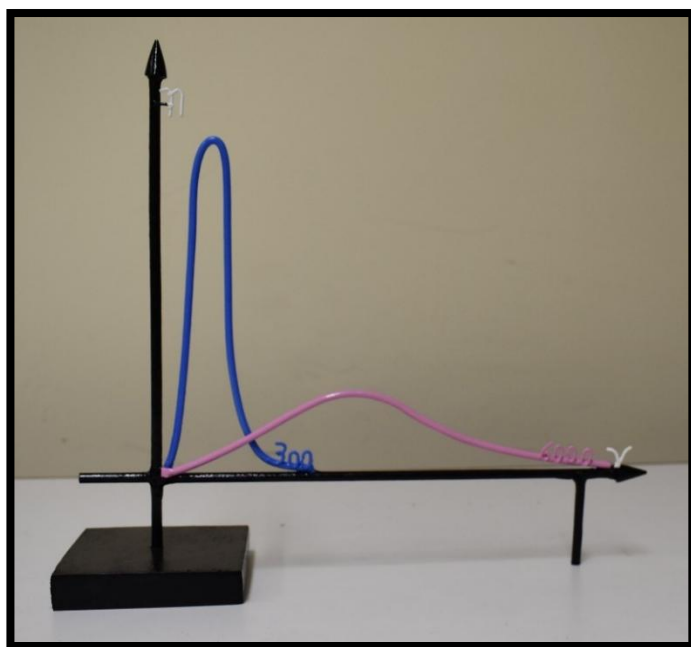
Así pues, la relación entre las dos velocidades particulares es:

$$\frac{v_{mc}}{v_{mp}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,225$$

## APOYO DEL MATERIAL DIDÁCTICO

El docente luego de la explicación teórica, hará uso de los materiales didácticos.

Para ello explicará cada una de las curvas representadas en las mismas y realizará las siguientes preguntas:



Gráfica 3.4.4.4 Autoría propia. Diagrama  $n(v) - v$

¿Por qué la curva que está a una temperatura de 6 000K es más baja que la de 300K?

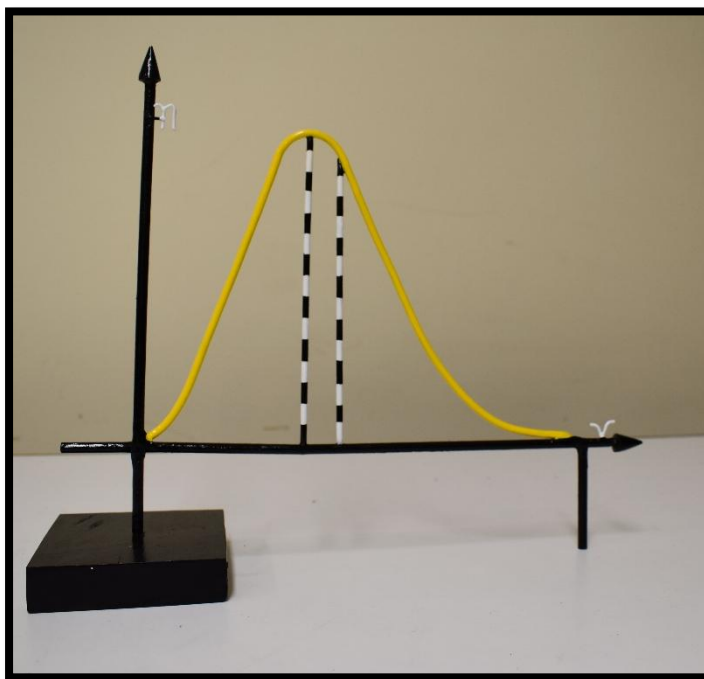
.....

.....

¿Qué relación existe entre el área de las dos curvas? .....



.....  
¿Qué pasará con la curva del gas si la aumentamos aun valor mayor de 6 000K?.....  
.....



Gráfica 3.4.4.5 Autoría propia. Diagrama  $n(v) - v$

¿Qué representan los segmentos de líneas entre cortadas que se puede observar en la imagen de la distribución de velocidades de un gas ideal?

.....  
.....  
.....



## ACTIVIDADES

1.- ¿Qué entiende usted por distribución de velocidades? .....

.....  
.....

2.- ¿Cómo se denomina el factor  $G(v)$ ?.....

.....  
.....

3.- ¿Qué entiende usted por velocidad más probable?.....

.....  
.....

4.- ¿Cuál es la relación entre  $v_{mp}$  y  $v_{mc}$  ?

.....

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1.- Halle la función de distribución de velocidades de un mol de helio a  $800\text{ K}$  y la correspondiente velocidad más probable para  $T = 1821\text{ K}$ . Considere que  $m = 6,646E-27\text{ kg}$ .

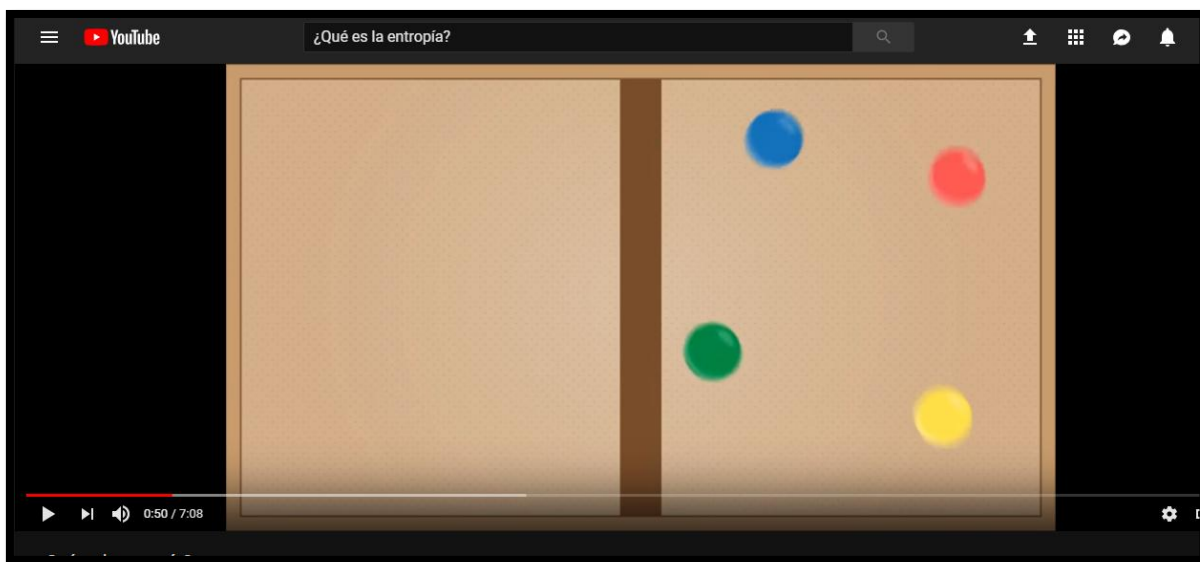
2.- Determine la relación de velocidades más probables de las moléculas de un gas, a  $10\,000\text{ K}$  y a  $100\text{ K}$ .

## DESORDEN Y ENTROPÍA

**OBJETIVO:** *Analizar y distinguir correctamente estos dos conceptos de uso frecuente y sus relaciones, semejanzas y diferencias. Desarrollar las actividades propuestas.*

### ANTICIPACIÓN

Para iniciar la clase el docente pedirá previamente a sus estudiantes que revisen el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=LetmPf0XLBk&t=321s> que se muestra en la gráfica 3.4.5.1, y además deberán sacar las ideas que más les llamó la atención. La técnica usada es la lluvia de ideas y se dispondrá de 7 min.



Gráfica 3.4.5.1 Información Previa

De esta manera los estudiantes tendrán una idea acerca de la entropía, antes de abordar el siguiente tema.

## CONSTRUCCIÓN

En sistemas formados por muchas partículas, la naturaleza parece favorecer el desorden sobre el orden. Por ejemplo, si tenemos una caja de dos compartimentos, con gas caliente en el uno y gas frío en el otro, al retirar la separación entre los compartimentos los gases se mezclarán rápidamente hasta producir un gas tibio; es decir, el ordenamiento inicial de altas y bajas velocidades se desordenará. Y lo más curioso del evento es que jamás se ha observado el proceso inverso, es decir, obtener dos muestras, una fría y otra caliente, a partir de un gas tibio; esto significa que todos estos procesos naturales son “irreversibles”.

Realicemos un experimento: Tomemos la siguiente maqueta con dos compartimentos, con una pequeña abertura que puede ser destapada a voluntad, gráfica 3.4.5.2 Si colocamos gas ideal en idénticas condiciones en ambos compartimentos, la probabilidad de que una partícula de la izquierda cruce hacia la derecha será  $n_i/(n_i + n_d)$  como se muestra en la gráfica 3.4.5.6. Es evidente que si inicialmente  $n_i = n_d$ , en término medio se mantendrá dicha igualdad,



Gráfica 3.4.5.2 Autoría propia. Caja Desorden y Entropía



pues las moléculas de ambos lados tendrían probabilidades iguales de cruzar al otro lado como la gráfica 3.4.5.4, lo que significa que  $P(n_i) = P(n_d)$ . Sin embargo, si al iniciar el experimento,  $n_i > n_d$ , la probabilidad  $P(n_i) > P(n_d)$ , es decir:

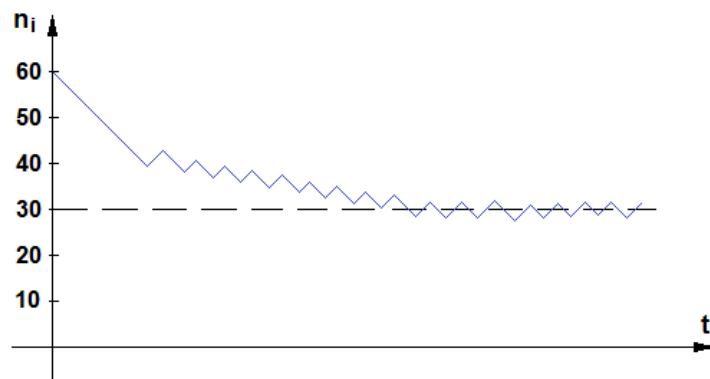
$$\frac{n_i}{n_i + n_d} > \frac{n_d}{n_i + n_d}$$

Gráfica 3.4.5.4 Autoría propia. Caja Desorden y Entropía

Con esto en mente, supongamos la situación extrema en la que se empieza colocando todas las partículas al lado izquierdo, digamos sesenta partículas; en este caso la probabilidad de que cruce una partícula hacia la derecha es certeza absoluta:

$$P_i = \frac{60}{60 + 0} = 1$$

La experiencia muestra que seguirán pasando partículas de izquierda a derecha hasta que a la derecha haya un número suficiente de partículas como para que la probabilidad de que alguna de ellas vuelva hacia la izquierda



Gráfica 3.4.5.5

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara



sea apreciable. Este experimento imaginario ha sido simulado en computador y presenta resultados como el de la gráfica 3.4.5.5. Observe que inicialmente el valor de  $n_i$  decrece monótonamente y luego, poco a poco, tiende a estabilizarse en el valor esperado de treinta, que representa la mitad de la muestra en cada uno de los compartimentos. El total ordenamiento inicial (sesenta partículas a la izquierda y cero a la derecha) se desordena gradualmente hasta alcanzar el máximo desordenamiento posible (treinta partículas a cada lado) y allí permanece, es decir, parece ser que el estado de equilibrio de un sistema de muchas partículas se corresponde con el estado de mayor desorden. Y algo más, los sistemas avanzan hacia el desorden en el sentido de avance real del tiempo, así: “la naturaleza define el sentido de la flecha del tiempo por la tendencia hacia el desorden en los sistemas de muchas partículas”.

Relacionando las ideas de este experimento con los conceptos de estadística, podemos decir que el sistema evoluciona hacia su “macroestado de equilibrio” que es el que tiene la más alta probabilidad, en este caso el macroestado  $n_i = 30$  (pues cuenta con alrededor de  $1,2E17$  microestados posibles). Por el contrario, el macroestado  $n_i = 60$  es el de menor probabilidad, pues cuenta únicamente con un microestado. La cantidad de desorden se expresa mediante una magnitud llamada “entropía”, que se mide en  $J/K$ , se representa con la letra  $S$  y *representa la energía de un sistema que no puede ser utilizada para realizar trabajo*; fue introducida por Clausius. Representemos con  $w$  el número de microestados correspondiente a un macroestado particular; evidentemente el desorden, y por ende la entropía, aumentará a medida que aumenta  $w$ , de modo que se cumple la relación sencilla  $S \propto w$  o mejor aún  $S \propto \ln w$ , pues  $w$  es un número muy grande. La constante de proporcionalidad resulta ser la constante de Boltzmann, esto es:

$$S = k \ln w \quad (3.4.5.a)$$



Ecuación que indica o expresa la entropía de un sistema. Podemos decir que debido al aumento del desorden, la entropía aumenta: *“la entropía de un sistema aislado aumenta a medida que el sistema se aproxima a su macroestado de equilibrio”*. Ésta es una forma de expresar la segunda ley de la Termodinámica.

Supongamos ahora que tenemos dos subsistemas separados, cada uno en equilibrio a las temperaturas diferentes  $T_1$  y  $T_2$ ; al juntarlos se forma el sistema total que no está en su macroestado de equilibrio, pues  $T_1 \neq T_2$ . A medida que transcurre el tiempo, las temperaturas tienden a un valor  $T$  comprendido entre  $T_1$  y  $T_2$ . Cuando esto ocurre, el sistema total ha alcanzado su macroestado de equilibrio. Observe que apenas se juntaron los dos subsistemas, el sistema total no estuvo en su macroestado de equilibrio, sino en un macroestado de menor probabilidad y, por lo mismo, de menor entropía  $S_i$ . Al alcanzar el equilibrio, se alcanza la mayor probabilidad y la máxima entropía  $S_f$ . En consecuencia, el cambio en la entropía del sistema ha sido  $\Delta S = S_f - S_i \geq 0$ , que es otra forma de expresar la segunda ley de la Termodinámica.

Para determinar qué ocurre con las entropías individuales, supongamos que los subsistemas tienen  $w_1$  y  $w_2$  microestados correspondientes a un macroestado del sistema total. Para cada microestado  $w_1$  del subsistema 1 es posible que el subsistema 2 se encuentre en cualquiera de sus  $w_2$  microestados posibles; así el número de posibilidades diferentes es  $w = w_1 \cdot w_2$  y la entropía del sistema total es:

$$S = k \ln w = k \ln(w_1 \cdot w_2) = k \ln w_1 + k \ln w_2$$

es decir:



$$S = S_1 + S_2$$

(3.4.5.b)

lo que muestra que la entropía es aditiva. Por ello la expresión  $\Delta S \geq 0$  puede escribirse en la forma:

$$\Delta S = \Delta(S_1 + S_2) \geq 0$$

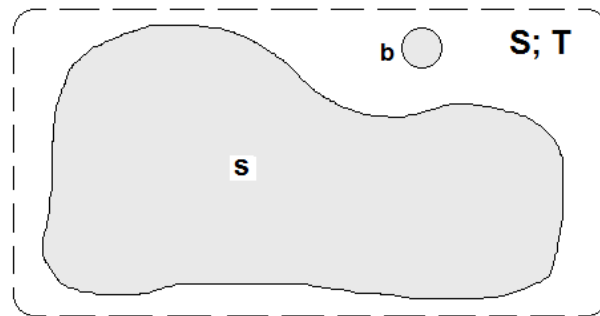
es decir:

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 \geq 0$$

(3.4.5.c)

de modo que la suma de las variaciones de la entropía de los dos subsistemas es mayor o igual a cero.

Ahora determinaremos la relación entre  $\Delta S$ ,  $\Delta E$  y  $T$ . Supongamos los dos subsistemas  $s$  y  $b$  de la gráfica 3.4.5.6 que en conjunto forman el sistema aislado  $S$  a la temperatura  $T$ . Supongamos que  $b$  ocupa su macroestado unitario con energía  $E_b$ , por lo que se tiene el resto de energía  $E_s$ . Las dos formas de expresar que se ha dado esta situación son:



Gráfica 3.4.5.6

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara





a) diciendo que la probabilidad de que esto ocurra es proporcional al número de microestados que pertenecen al macroestado en el que  $s$  tiene una energía  $E_s$ ; dicho número es  $w(E_s)$ .

b) diciendo que la probabilidad de que  $b$  ocupe su macroestado unitario es proporcional a su correspondiente factor de Boltzmann, esto es a  $e^{-E_b/kT}$ .

Como ambas expresiones son proporcionales a una misma cosa, son también proporcionales entre sí, es decir:

$$\boxed{w(E_s) = A e^{-E_b/kT}} \quad (3.4.5.d)$$

Puesto que  $E_t = E_s + E_b$  se tiene que  $E_b = E_t - E_s$  por lo que la ecuación (3.4.5.d) se convierte en:

$$w(E_s) = A e^{-(E_t - E_s)/kT} = A e^{-E_t/kT} \cdot e^{E_s/kT}$$

Pero  $e^{-E_t/kT}$  es constante, luego:

$$w(E_s) = B e^{E_s/kT}$$

cuya entropía es:

$$S_s = k \ln w(E_s) = k \ln (B e^{E_s/kT}) = k \ln B + k \ln e^{E_s/kT}$$

es decir:

$$S_s = C + \frac{k E_s}{kT}$$



O:

$$S_s = C + \frac{E_s}{T} \quad (3.4.5.e)$$

Para hallar la relación entre la variación de  $S$  y la de  $E$ , a *temperatura constante en un proceso reversible*, hallamos  $\partial S_s / \partial E_s$ :  $\frac{\partial S_s}{\partial E_s} = 0 + \frac{1}{T}$

de modo que en general:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} \quad (3.4.5.f)$$

que se constituye en la definición más rigurosa, hasta aquí lograda, del concepto de temperatura. Dicha expresión muestra que: “el inverso de la temperatura termodinámica de un sistema es una medida del cambio del desorden del sistema al cambiar su energía”.

A partir de la ecuación (3.4.5.f) podemos hallar el cambio infinitesimal  $dS$  de la entropía de un sistema a la temperatura  $T$ :

$$dS = \frac{\partial S}{\partial E} dE = \frac{dE}{T}$$



Para el caso concreto en que  $dE = dQ$ , lo que se da en los procesos isotérmicos reversibles, se tiene:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{LM}{T} \quad (3.4.5.g)$$

y si se tienen  $n$  subsistemas:

$$dS = \sum dS_i = \sum \frac{dQ_i}{T_i} = \sum \frac{L_i M_i}{T_i} \quad (3.4.5.h)$$

Para el caso de procesos reversibles no isotérmicos, la variación de la entropía de un sistema o varios subsistemas se determina mediante:

$$\Delta S = \sum \Delta S_i = \int_{T_{i1}}^{T_{f1}} \frac{dQ_1}{T_1} + \int_{T_{i2}}^{T_{f2}} \frac{dQ_2}{T_2} = \int_{T_{i1}}^{T_{f1}} \frac{M_1 c_1 dT_1}{T_1} + \int_{T_{i2}}^{T_{f2}} \frac{M_2 c_2 dT_2}{T_2} \quad (3.4.5.i)$$

que de acuerdo a la ecuación (3.4.5.c) debe ser mayor o igual a cero.

### Ejercicio modelo

Un bloque de 8 kg de hielo a 273,15 K se funde en agua a 273,15 K. Halle el cambio en su entropía.



$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{LM}{T} = \frac{334800.8}{273,15}$$

$$\Delta S = 9\,805,6 \text{ J/K}$$

### Ejercicio modelo

Se mezclan 1 000 g de agua líquida a 273,15 K con 1 000 g de agua líquida a 373,15 K. Halle el cambio de entropía: a) del agua fría, b) del agua caliente, c) del sistema total.

El proceso es irreversible y no isotérmico, podemos proceder así: primeramente, determinamos la temperatura de mezcla  $T_f$ :

$$M_1 c_1 (T_f - T_{1i}) = M_2 c_2 (T_{2i} - T_f)$$

de donde:

$$T_f = \frac{T_{1i} + T_{2i}}{2} = \frac{273,15 + 373,15}{2} = 323,15 \text{ K}$$

luego:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_{T_{1i}}^{T_f} Mc \frac{dT_1}{T_1} + \int_{T_{2i}}^{T_f} Mc \frac{dT_2}{T_2}$$

$$\Delta S = Mc \left\{ \ln T_1 \Big|_{273,15}^{323,15} + \ln T_2 \Big|_{373,15}^{323,15} \right\}$$

$$\Delta S = 1.4\,186 \{ (\ln 323,15 - \ln 273,15) + (\ln 323,15 - \ln 373,15) \}$$

$$\Delta S = 4\,186 (0,168 - 0,144)$$

Entonces:



a)  $\Delta S_1 = 4\,186.0,168$

$$\Delta S_1 = 703,648 \text{ J/K}$$

b)  $\Delta S_2 = 4\,186(-0,144)$

$$\Delta S_2 = -602,214 \text{ J/K}$$

c)  $\Delta S = 703,648 - 602,214$

$$\Delta S = 101,434 \text{ J/K}$$

## ACTIVIDADES:

1.- ¿Qué se entiende por desorden? .....

.....

2.- ¿Cuándo un proceso es irreversible? .....

.....

3.- ¿Cómo definiría la entropía? .....

.....

4.- ¿Qué representa el inverso de la temperatura termodinámica? .....

.....

5.- ¿Qué ocurre con la entropía de todo sistema? .....

.....



**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

- 1- Tres kilogramos de plata a  $1\,234,15\text{ K}$  se convierten en líquido a la misma temperatura. ¿Cuánto se incrementa su entropía?
- 2- Se mezclan  $4\text{ kg}$  de agua a  $20\text{ °C}$  con  $12\text{ kg}$  de alcohol etílico a  $70\text{ °C}$ . ¿En cuánto varía la entropía del sistema total?
- 3- Determine el incremento de entropía de un sistema de  $3\text{ kg}$  de agua a  $373,15\text{ K}$  que es cambiado a vapor a  $373,15\text{ K}$ .
- 4- Quince kilogramos de glicerina se encuentran a  $260\text{ K}$ . Se calienta el conjunto hasta  $550\text{ K}$ . Determine el cambio en su entropía.



# INTERACCIONES TERMODINÁMICAS Y PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

**OBJETIVO:** Recordar y diferenciar los factores que intervienen en las Interacciones Termodinámicas que son: presión, volumen, temperatura y energía interna.

Identificar la relación entre las Interacciones Termodinámicas y la Primera ley de

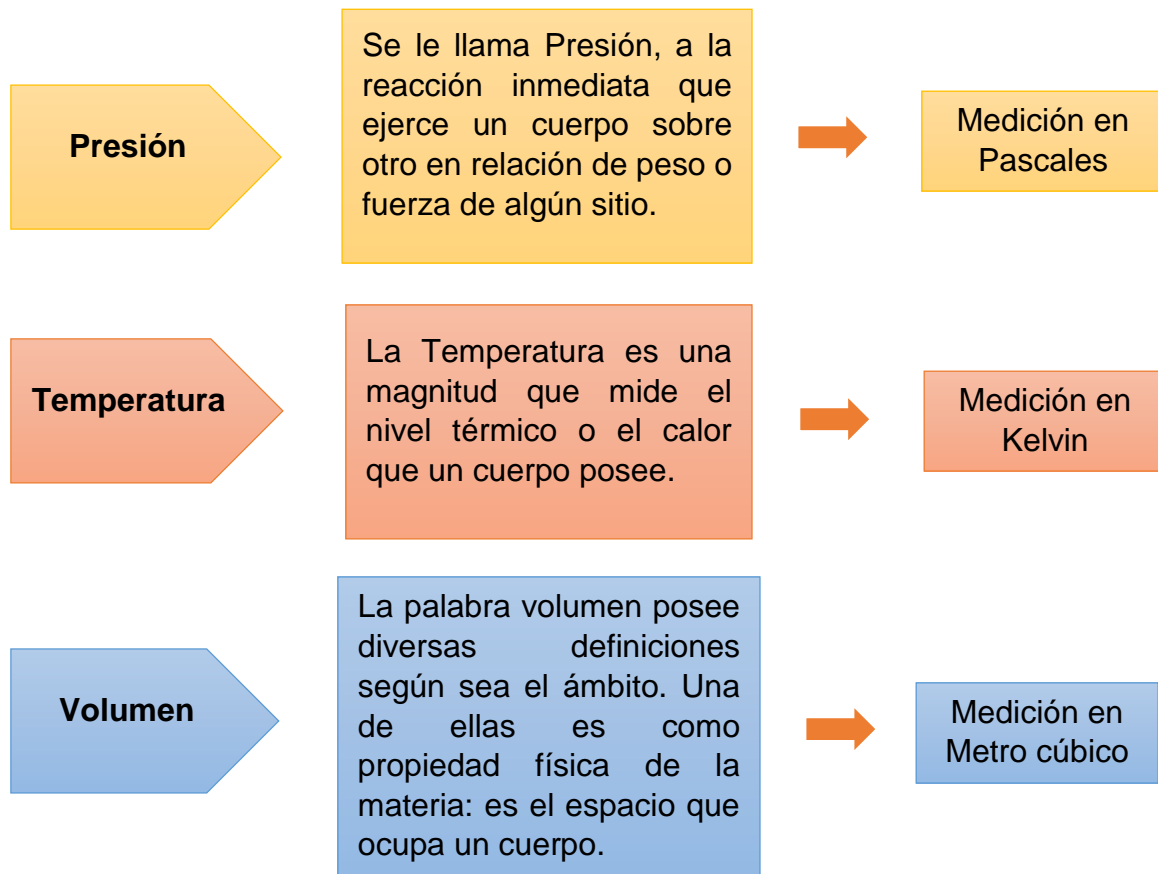
## ANTICIPACIÓN

Para realizar el estudio del tema es necesario que los estudiantes conozcan alguna de las magnitudes que son utilizadas, para ellos se ha mencionado tres magnitudes, en donde los estudiantes tendrán que colocar su definición y en que unidades son medidas cada magnitud. Se dispondrá de 10 min.

<b>Presión</b>	<div>.....</div> <div>.....</div> <div>.....</div> <div>.....</div>	→	<div>.....</div> <div>.....</div>
<b>Temperatura</b>	<div>.....</div> <div>.....</div> <div>.....</div> <div>.....</div>	→	<div>.....</div> <div>.....</div>
<b>Volumen</b>	<div>.....</div> <div>.....</div> <div>.....</div> <div>.....</div>	→	<div>.....</div> <div>.....</div>



A continuación, el docente realizará la correspondiente verificación acerca de las respuestas emitidas por los estudiantes comparando con la solución, se dispondrá de 5 min.

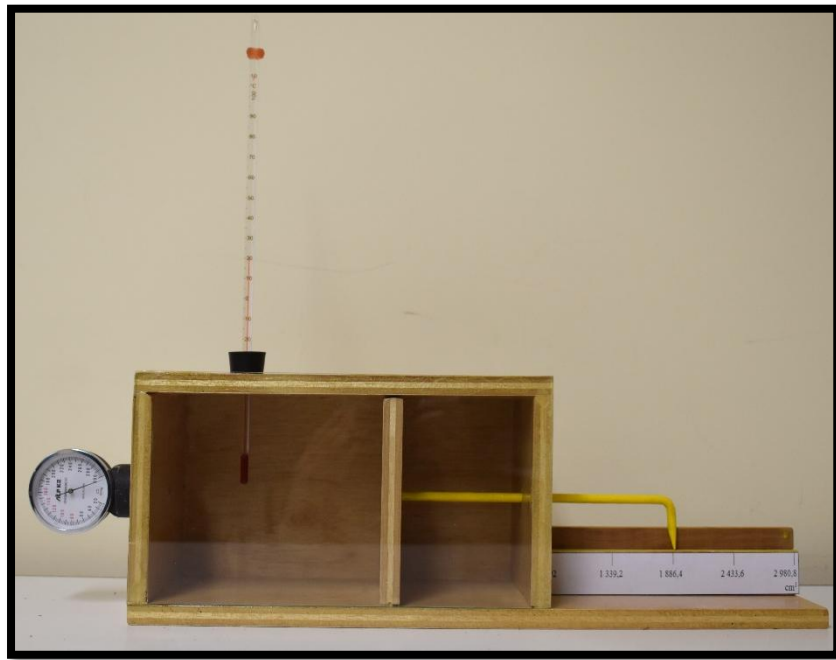




## CONSTRUCCIÓN

En esta subunidad utilizaremos algunos conceptos que fueron logrados desde el punto de vista microscópico, pero además el estudio se hará desde un punto de vista macroscópico. Básicamente trabajaremos con sistemas que están en equilibrio térmico, esto es, sistemas que se encuentran en su “macroestado de equilibrio” al que desde ahora le denominaremos simplemente el “estado”. El estado de un sistema puede alterarse por cualquier proceso llamado “interacción termodinámica”; en nuestro caso sólo abordaremos los procesos en los que el sistema no se aparta significativamente de su estado de equilibrio.

En la gráfica 3.4.6.1 se muestra un gas encerrado en un cilindro con pistón (sin rozamiento). El sistema puede manipularse de muchas formas que pueden incluir transferencia de calor desde o hacia el



Gráfica 3.4.6.1 Autoría propia. Interacciones Termodinámicas

sistema, realización de trabajo por o sobre el sistema, o ambos a la vez. La transferencia de calor constituye una interacción térmica en tanto que la ejecución de trabajo constituye una interacción mecánica. Tanto la una como la otra (o ambas) alteran la energía interna  $U$  del sistema, que es en definitiva el parámetro que más nos interesa en esta parte. Es importante recordar que al efectuar trabajo sobre un sistema se



cambia algún parámetro externo del mismo como volumen, presión, temperatura, campo magnético, etc. El estado del sistema cambia a medida que su energía interna  $U$  lo hace. Por ejemplo, si el gas es monoatómico e ideal, la energía interna  $U$  es:

$$U = \frac{3}{2} RnT = \frac{3}{2} pV \quad (a)$$

de modo que un cambio en  $U$  significará cambios en  $p$ ,  $V$  o  $T$  o en más de uno a la vez. Si el sistema es más complicado ya no se puede utilizar la ecuación (a), pero sí la ley de conservación de la energía; en cualquier caso, el cambio de la energía interna del sistema será:

$$\Delta U = \Delta Q - W \quad (3.4.6.a)$$

donde  $\Delta Q$  (positivo) es el calor entregado al sistema y  $W$  (positivo) es el trabajo realizado por el sistema sobre la vecindad. La ecuación (1) es una forma de expresar la ley de conservación de la energía y se conoce con el nombre de “primera ley de la Termodinámica”. Insistimos en lo siguiente: el calor es positivo cuando la vecindad entrega calor al sistema; si el sistema entrega calor a la vecindad, dicho calor es negativo. Igualmente, el trabajo es positivo cuando el sistema realiza trabajo sobre la vecindad; si la vecindad realiza trabajo sobre el sistema, dicho trabajo es negativo.

**Después de la explicación teórica se va a resolver las siguientes preguntas, para esto se trabajará en grupo y un voluntario de cada grupo compartirá la respuesta que han llegado con los compañeros (se tomará 10 minutos para las actividades).**

**a) Marque verdadero (V) o falso (F):**

1- La ecuación  $\Delta U = \Delta Q - W$ :

- es una forma de la ley de conservación de la energía. ( )
- es válida para sólidos, líquidos y gases. ( )



- es la primera ley de Newton. ( )
- puede producir resultados negativos. ( )
- indica la variación de la energía interna de un sistema. ( )
- es la primera ley de la termodinámica. ( )

**b) ¿Qué ocurriría con la temperatura de un gas ideal si fuera obligado a realizar trabajo sin recibir calor? Explique.**

.....

.....

**c) ¿En qué casos la ecuación  $\Delta U = \Delta Q - W$  puede ser igual a cero?**

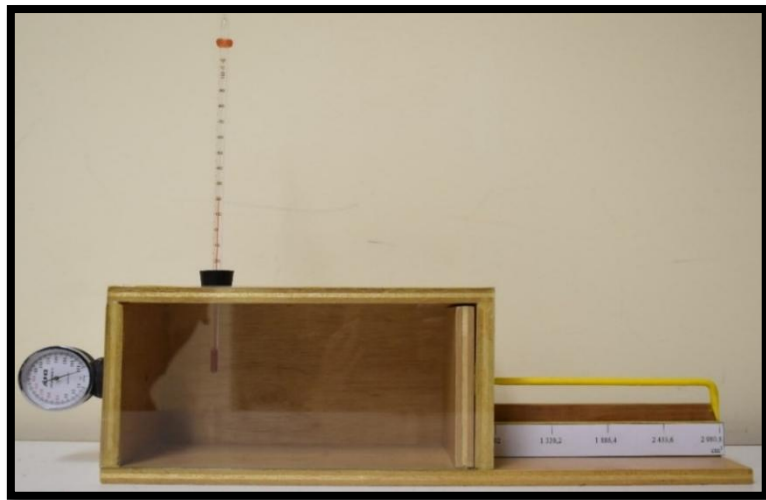
.....

.....

### Ejercicio modelo

**Con ayuda de la maqueta el docente explicará la resolución del siguiente problema (20 minutos):**

Un prisma de base cuadrada de  $2,9808 \text{ E} - 03 \text{ m}^3$  como se observa en la gráfica 3.4.6.2 contiene  $6 \text{ mol}$  de gas ideal a la temperatura de  $330,15 \text{ K}$ . Se le entregan  $11\,400 \text{ cal}$  de calor. Determine: a) Las energías internas inicial y



Gráfica 3.4.6.2 Autoría propia. Interacciones Termodinámicas



final, b) la presión que ejerce entonces el gas, c) la energía interna final si al gas se le permite realizar  $13\,800\text{ cal}$  de trabajo.

a) A partir de la ecuación (a) tenemos:

$$U_i = \frac{3}{2} R n T_i = \frac{3}{2} 8,314 \cdot 6 \cdot 330,15$$

$$U_i = 24\,703,804\text{ J}$$

$11\,400\text{ cal}$  equivalen a  $47\,720,4\text{ J}$ ; a partir de la ecuación (3.4.6.a) tenemos:

$$\Delta U = U_f - U_i = \Delta Q - W$$

$$U_f = U_i + \Delta Q = 24\,703,804 + 47\,720,4$$

$$U_f = 72\,424,204\text{ J}$$

b) A partir de la ecuación (a), con  $U = U_f$  tenemos:

$$p = \frac{2U}{3V} = \frac{2 \cdot 72\,424,204}{3 \cdot 0,04}$$

$$p = 1\,207\,070\text{ Pa}$$

c)  $13\,800\text{ cal}$  equivalen a  $57\,766,8\text{ J}$ ; en este caso  $U_f$  de (a) es  $U_i$  de (c); a partir de la ecuación (3.4.6.a) tenemos:

$$\Delta U = U_f - U_i = \Delta Q - W$$

$$U_f = U_i - W = 72\,424,204 - 57\,766,8$$

$$U_f = 14\,657,404\text{ J}$$



## ACTIVIDADES

**Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

- 1- Un cilindro con pistón contiene  $7 \text{ mol}$  de gas ideal a  $300 \text{ K}$ . ¿Qué trabajo se ha de realizar sobre el sistema para duplicar la temperatura del gas?
- 2- A un sistema se le entregan  $28\,000 \text{ J}$  de calor y  $6\,000 \text{ cal}$  de trabajo. ¿En cuánto se incrementa su energía interna?
- 3- Un cilindro con pistón contiene  $74 \text{ mol}$  de gas ideal a  $400 \text{ K}$  y  $1\text{E}6 \text{ Pa}$ . Determine:  
a) el volumen que ocupa, b) su energía interna, c) su presión y temperatura luego de recibir  $50\,000 \text{ J}$  de calor y realizar  $30\,000 \text{ J}$  de trabajo.
- 4- Un cilindro con pistón contiene  $4 \text{ mol}$  de gas ideal en  $0,2 \text{ m}^3$  de volumen y a  $273,15 \text{ K}$ . Determine: a) la presión del gas, b) la temperatura luego de realizar  $1\,080 \text{ cal}$  de trabajo.



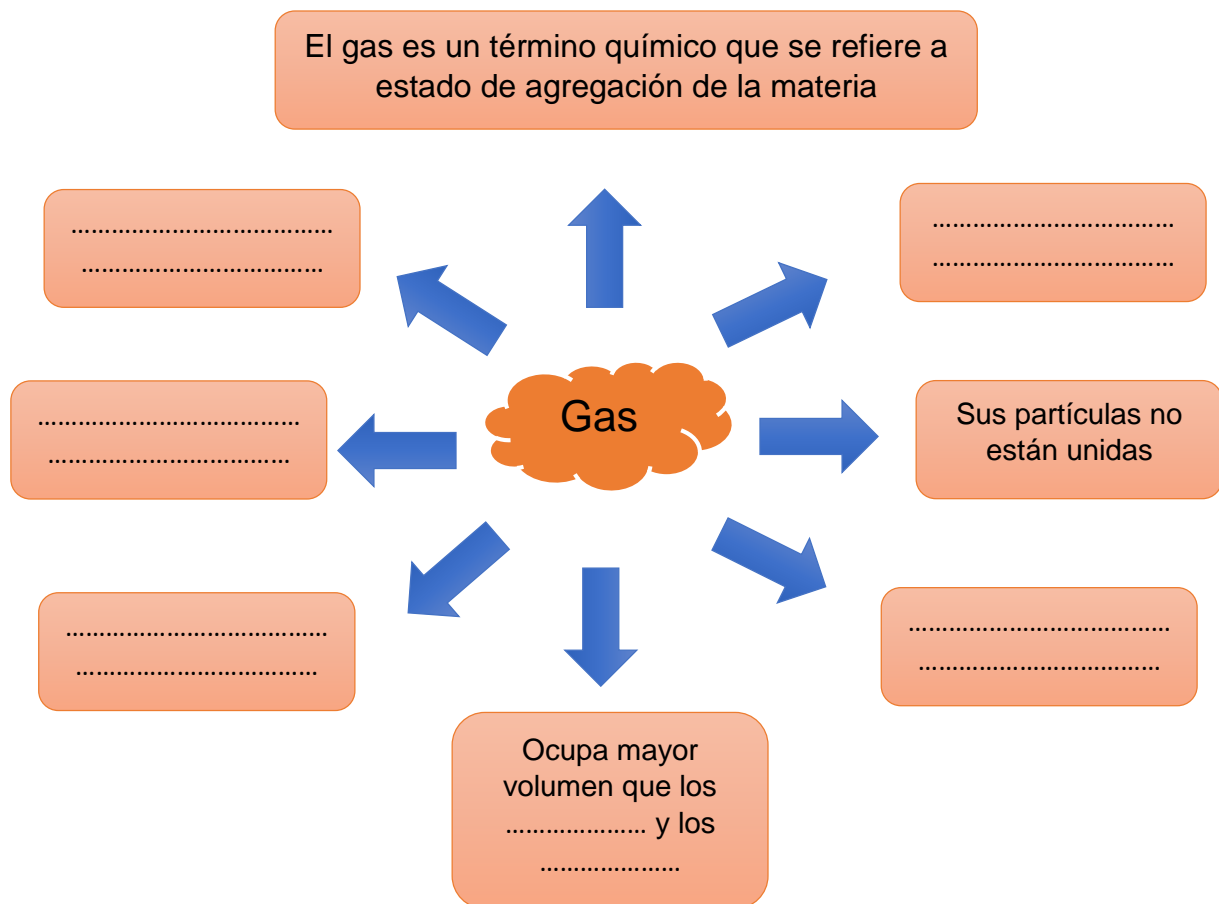
# TRABAJO Y DIAGRAMA $p - V$ PARA UN GAS

**OBJETIVO:** Diferenciar y recordar los factores que intervienen en las Interacciones Termodinámicas que son: presión, volumen, temperatura y energía interna.

Identificar la relación entre las Interacciones Termodinámicas y la Primera ley de

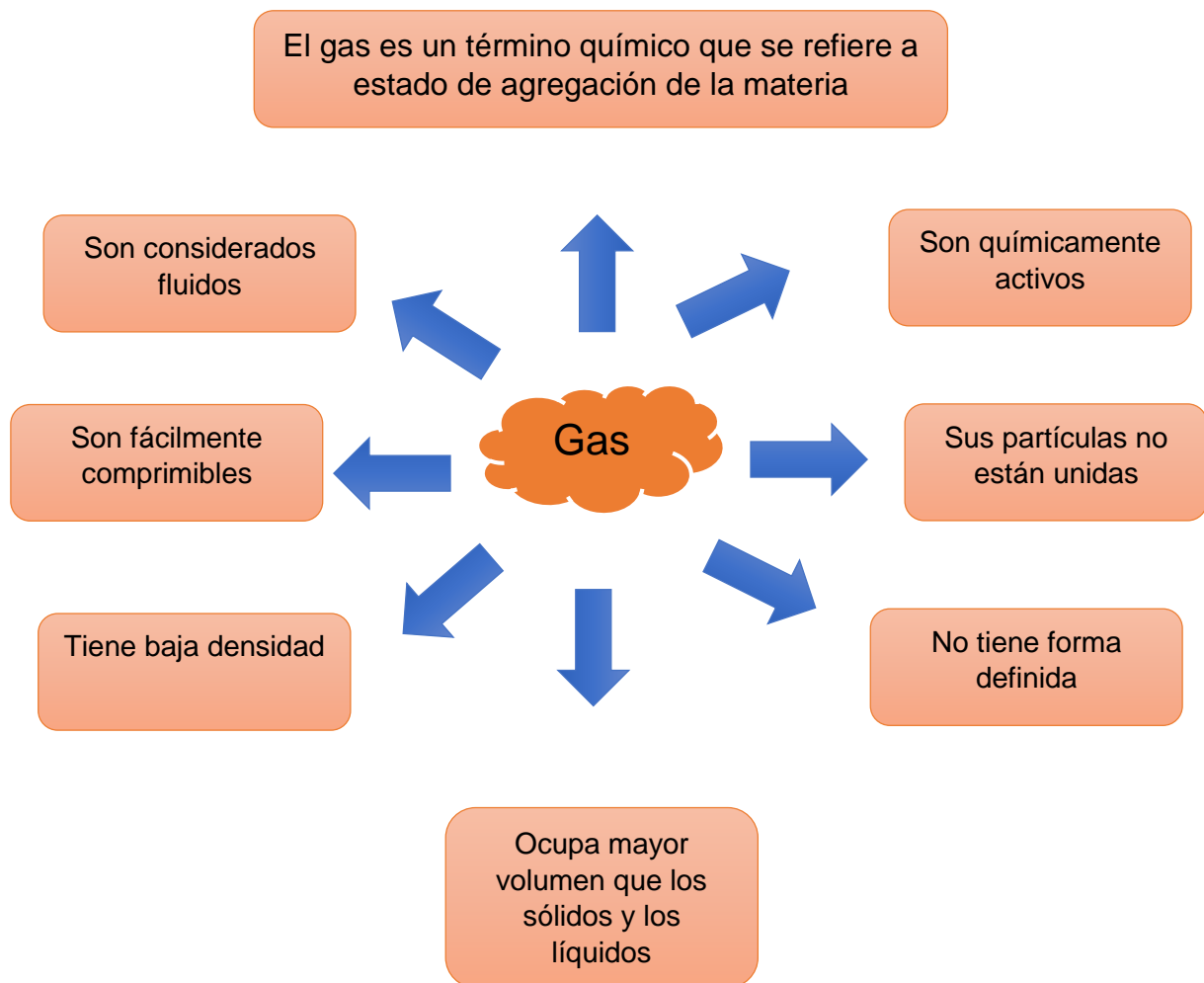
## ANTICIPACIÓN

A continuación los estudiantes deberán los estudiantes completar la siguiente rueda de atributos con las características del gas. Se dispondrá de 10 min.



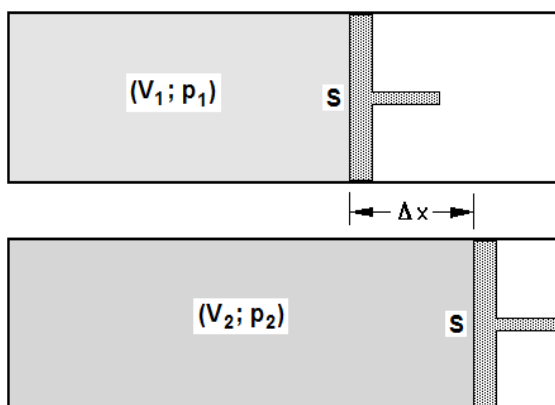


El docente realizará la correspondiente comparación con las respuestas emitidas por los estudiantes. Se dispondrá de 5 min.



## CONSTRUCCIÓN

Cuando los procesos que se aplican a un sistema gaseoso de masa constante son realizados a volumen constante, los parámetros que entran en juego son la temperatura y la presión. Pero si dichos procesos implican la variación del volumen que ocupa el gas, los parámetros involucrados son la temperatura, la presión y el volumen. Aquí analizaremos únicamente lo relacionado con esta segunda situación.



Gráfica 3.4.7.1

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

En la gráfica 3.4.7.1 se muestra un gas definido inicialmente por el estado  $(V_1, p_1, T_1)$ ; luego de cierto tiempo evoluciona hacia el estado  $(V_2, p_2, T_2)$ . En realidad es suficiente indicar los estados en la forma  $(V_1, p_1)$  y  $(V_2, p_2)$ , pues  $T$  es función de  $V$  y  $p$ . Vemos que el pistón se ha desplazado una cantidad  $\Delta x$ , por lo que el nuevo volumen ocupado por el gas es  $V_2 = V_1 + \Delta V = V_1 + S \Delta x$ , donde  $S$  es el área transversal del pistón. Las posiciones intermedias de  $(V; p)$  no nos interesan por el momento, sino la expresión para el trabajo realizado por el gas al expandirse. Si la presión permanece constante durante la expansión, dicha presión  $p$  ejerce la fuerza  $F = pS$  sobre el pistón y al desplazarlo la cantidad  $\Delta x$  realiza un trabajo  $W = F \Delta x = pS \Delta x$ . Pero  $S \Delta x$  es la variación del volumen  $\Delta V$  ocupado por el gas, entonces:

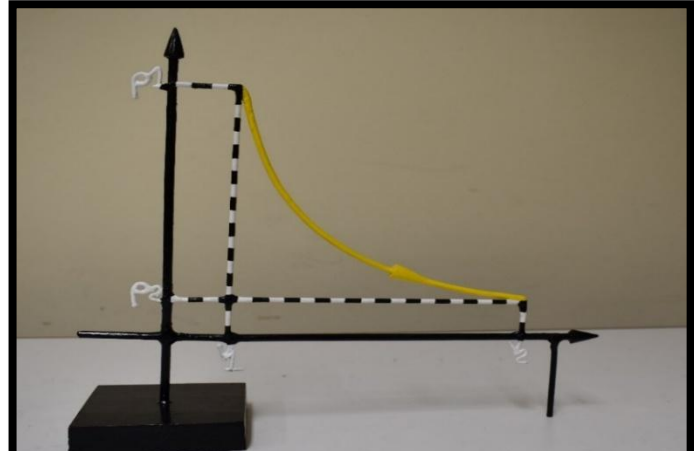
$$W = p \Delta V$$

(3.4.7.a)



En el caso más general, la presión que ejerce el gas no es constante, sino que depende del volumen, de modo que la gráfica  $p - V$  será normalmente una curva, a menudo complicada.

Supongamos que dicha curva es similar a la de la gráfica 3.4.7.2, la cual se denomina “diagrama  $p - V$ ”. Al despla-



Gráfica 3.4.7.2 Autoría propia. Diagrama  $p-V$

zarse el sistema desde una posición A hasta una posición B, el trabajo realizado por el gas se determina mediante la sumatoria de los trabajos infinitesimales intermedios, esto es:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p(V) dV \quad (3.4.7.b)$$

que es la expresión general para el trabajo realizado por el gas en expansión. Para su aplicación se requiere conocer la relación  $p = p(V)$ .

Si un diagrama  $p - V$  corresponde a un sistema en equilibrio térmico y mecánico durante todo el proceso y la cantidad de sustancia es constante, entonces cada punto de la gráfica tiene asociados valores de temperatura, energía y entropía.

Otra cuestión: al sistema correspondiente al diagrama  $p - V$  de la figura 3.4.7.2 se le puede llevar de A a B por una infinidad de trayectorias, lo cual depende de los procesos intermedios; en todo caso, sea cual fuere dicha trayectoria, el área comprendida entre la curva, el eje  $V$  y las verticales  $V_i$  y  $V_f$  representa el trabajo realizado por el gas (pues  $V_f > V_i$ ); si el proceso fuera de B a A, el trabajo será negativo y por lo mismo realizado sobre el sistema. Finalmente, cuando un gas realiza trabajo, varía su energía interna de acuerdo a la primera ley de la Termodinámica.



## Ejercicio modelo

La presión de un gas varía según  $p = 200\,000e^{-0,2V}$ ; a) determine el trabajo realizado por el gas al expandirse desde  $2\text{ m}^3$  hasta  $10\text{ m}^3$ , b) construya el correspondiente diagrama  $p - V$  para dicho intervalo.

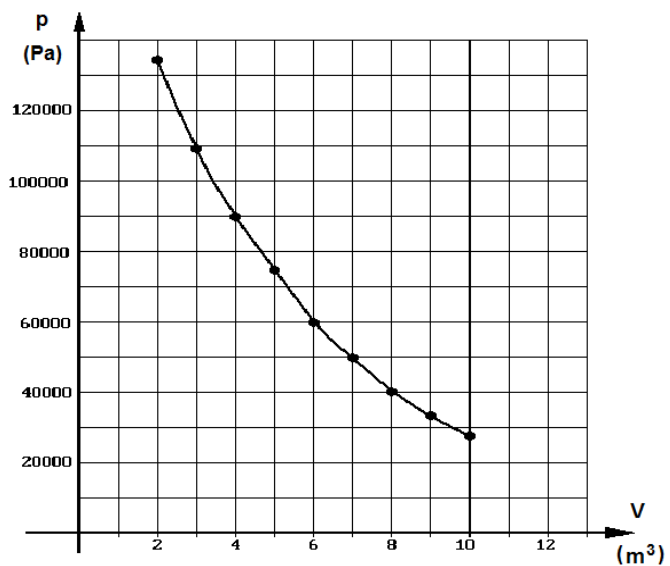
a) A partir de la ecuación (3.4.7.b) tenemos:

$$W = \int_2^{10} 200\,000e^{-0,2V} dV = 200\,000 \left( \frac{e^{-0,2V}}{-0,2} \right)_2^{10} = -1E6(e^{-2} - e^{-0,4})$$

$$W = 534\,984,763\text{ J}$$

b) El grafo, con intervalos de  $1\text{ m}^3$ , y la respectiva gráfica son los que se muestran a continuación en la gráfica 3.4.7.b:

$V$	$P$
$\text{m}^3$	$\text{Pa}$
2	134 064
3	109 762
4	89 866
5	73 576
6	60 239
7	49 319
8	40 379
9	33 060
10	27 067



Gráfica 3.4.7.3

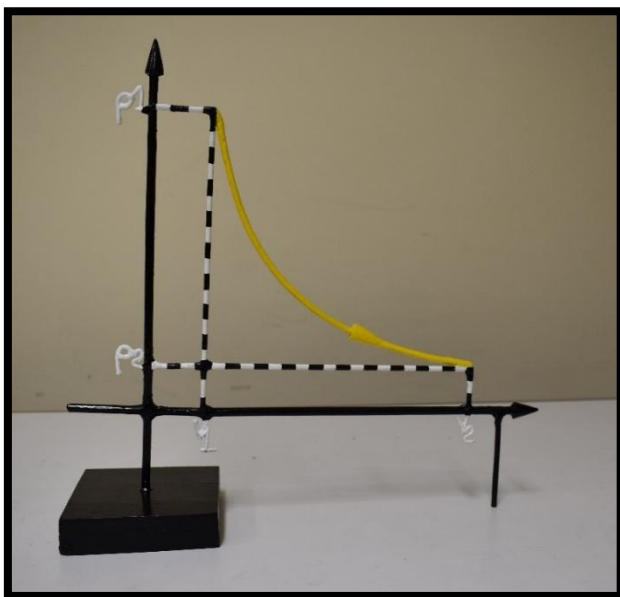
Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

Se realizará la siguiente actividad en grupos de cinco integrantes para disolver cualquier duda que exista en los estudiantes, y se pedirá un voluntario de cada uno para compartir y comparar las respuestas. (10 minutos)

## ACTIVIDADES:

### a) Complete:

- 1- Un gas realiza trabajo cuando .....  
.....
- 2- Un diagrama  $p - V$  es .....  
.....
- 3- Con respecto a un diagrama  $p - V$ , el trabajo efectuado por el gas es .....  
.....
- 4- La expresión general para el trabajo que realiza un gas es:  
.....



Gráfica 3.4.7.4 Autoría propia. Diagrama  $p - V$

### b) Con ayuda de la maqueta, explicar como sucede el fenómeno de los siguientes ejemplos:

- 1.- En un globo aerostático podemos observar la Ley de Charles, al calentar el gas el globo tiende a expandirse más, es decir, su volumen aumenta, logrando elevar el globo a mayor altura.



Gráfica 3.4.7.5  
Recuperado:  
<http://www.gifsanimaglobo-aerostatico-imagen-animada-0022.gif>



c) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1.- Halle el trabajo que realiza un gas al pasar del estado inicial  $(0,5 \text{ m}^3; 108\,000 \text{ Pa})$  al estado final  $(2,5 \text{ m}^3; 12\,000 \text{ Pa})$  sobre una trayectoria rectilínea.

2.- La presión de un gas varía según:  $p = \frac{2V^2}{e^{0,2V}}$ . Determine: a) el volumen para el que  $p$  es máximo, b) el trabajo realizado por el gas al expandirse desde  $0,4 \text{ m}^3$  hasta  $2,4 \text{ m}^3$ .

3.- Un gas describe un ciclo cerrado ABA. Las coordenadas termodinámicas son  $A(2; 20\,920)$  y  $B(10; 4\,520)$ . Desde A hasta B, la presión varía según la función  $p = 20\,920 - 120V^2 - 440V$  y desde B hasta A varía según la función  $p = 25\,020 - 2\,050V$ . Determine el trabajo que realiza el gas en veinte ciclos.

**Nota: revise el siguiente link en donde podrá saber más sobre algunos ejemplos utilizados en la vida real <http://djklslbncjkvgehh.blogspot.com/>**



# PROCESOS ISOCÓRICOS E ISOBÁRICOS

**OBJETIVO:** Identificar correctamente los procesos o transformaciones tan frecuentes en la vida real, así como sus implicaciones en algunos conceptos relacionados con aspectos teóricos prácticos de la Física.

## ANTICIPACIÓN

Se sugiere al docente realizar las siguientes preguntas dirigidas referentes al tema de la primera ley de la termodinámica. (Tiempo para la actividad 10min)

1.- Escriba la primera ley de la termodinámica

.....

2.- ¿Qué representa  $\Delta Q$ ?

.....  
.....

3.- ¿Cuándo la vecindad entrega calor al sistema que sucede la energía interna?

.....  
.....

4.- ¿Cuándo la energía del sistema es negativa?

.....  
.....

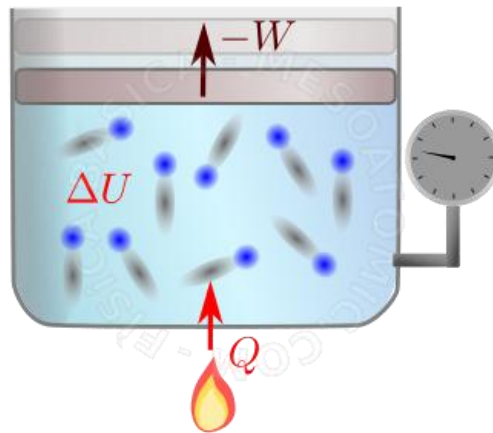
## Solución

El docente deberá corroborar las respuestas de los alumnos mediante lo siguiente:

Primera ley de la  
termodinámica

$$\Delta U = \Delta Q - W$$

donde  $\Delta Q$  (positivo) es el calor entregado al sistema y  $W$  (positivo) es el trabajo realizado por el sistema sobre la vecindad. La ecuación es una forma de expresar la ley de conservación de la energía y se conoce con el nombre de “primera ley de la Termodinámica”. Insistimos en lo siguiente: el calor es positivo cuando la vecindad entrega calor al sistema; si el sistema entrega calor a la vecindad, dicho calor es negativo. Igualmente, el trabajo es positivo cuando el sistema realiza trabajo sobre la vecindad; si la vecindad realiza trabajo sobre el sistema, dicho trabajo es negativo.



Gráfica 3.4.8.1 Elementos Termodinámicos

Recuperado de:

<https://www.fisicalab.com/apartado/primer-principio-termo#contenidos>

## CONSTRUCCIÓN

**Los procesos isocóricos** (también llamados isócoros, isométricos, isovolumétricos o isósteros) son aquellos en los que el volumen del recipiente que contiene la muestra permanece constante, lo cual implica que el sistema no realiza ni recibe trabajo. Para estos casos la primera ley de la Termodinámica toma la forma  $\Delta U = \Delta Q - 0 = \Delta Q$ , de modo que el suministro de calor al sistema sólo produce cambios en su energía interna y por lo mismo en su temperatura y consecuentemente en su presión, pues:

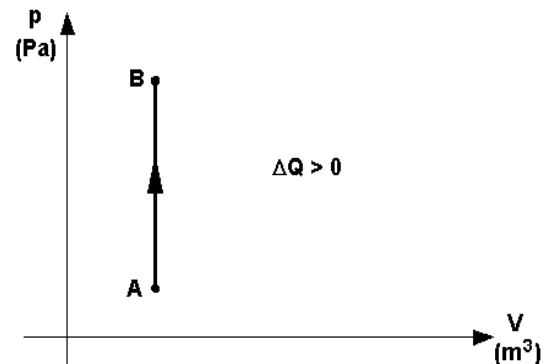
$$p = \frac{Rn}{V} T = \text{constante} \cdot T$$

Los diagramas  $p - V$  serán, por lo tanto, rectas verticales como la de la figura 14, ascendentes si  $\Delta Q > 0$  y descendentes si  $\Delta Q < 0$ . Para la determinación de las capacidades térmicas molares de un gas a volumen constante se realizan procesos de este tipo y, al no haber pérdida de energía por la realización de trabajo, todo el calor  $\Delta Q$  es absorbido por el gas de tal manera que no se requiere demasiado calor para elevar la temperatura del mismo en  $1 K$ , lo cual hace que el valor de  $C_V$  sea el menor posible. La entropía en función de la capacidad térmica molar se expresa mediante:

Un ejemplo de este proceso se presenta al coser alimentos dentro de una olla exprés, la cual disminuye el tiempo de cocción, pues sirve como depósito para que la temperatura y presión aumenten en el interior conforme transcurre el tiempo manteniendo su volumen constante.



Fuente: <https://juan0590.wordpress.com/tercer-corte/procesos-termicos/proceso-isocorico/ejemplo-de-proceso-isocorico/>



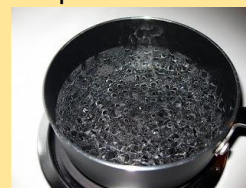
Gráfica 3.4.8.2

Fuente: Alberto Santiago Avecillas Jara

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = n C_V'' \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (3.4.8.a)$$

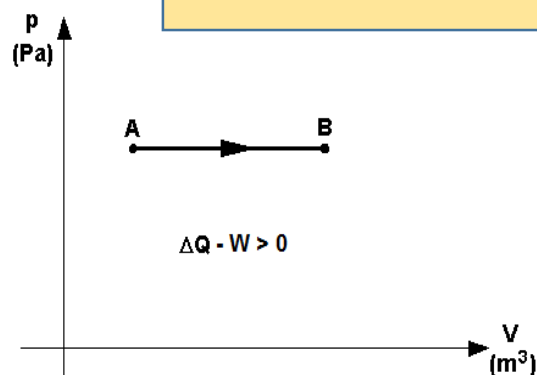
**Los procesos isobáricos** son aquellos en los que la presión que ejerce el gas permanece constante, lo cual implica que el sistema realiza trabajo a presión constante a expensas de su energía interna y/o a expensas de la cantidad de calor que pueda intercambiar con la vecindad. En estos casos la primera ley de la Termodinámica mantiene la forma  $\Delta U = \Delta Q - W$ , donde  $\Delta U$  puede ser positivo o negativo lo cual significa que la temperatura de la muestra sube o baja, respectivamente, independientemente de los valores de  $\Delta V$ . Los correspondientes diagramas  $p - V$  son rectas horizontales como la de la Gráfico 3.4.8.3, dirigidas hacia la derecha si  $\Delta Q - W > 0$  o hacia la izquierda si  $\Delta Q - W < 0$ . Para la determinación de las capacidades térmicas molares de un gas a presión constante se realizan procesos de este tipo y, al haber pérdida de energía interna por realización de trabajo, se requiere de un suministro adicional  $\Delta Q'$  para elevar la temperatura del gas en  $1\text{ K}$ . Por ello el valor de  $C_p''$  es el mayor posible (pues  $\Delta Q$  es la suma de

Un ejemplo cotidiano de este proceso se presenta cuando se desprende vapor al hervir agua en un recipiente abierto a la atmósfera. la presión permanece constante, de forma tal que entre mayor sea la temperatura el volumen desprendido aumenta.



Fuente:

<https://es.slideshare.net/carloscenticerosgonzalez/temas-de-fsica-45590203>



Gráfica 3.4.8.3

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

las cantidades de calor necesarias para efectuar el trabajo a presión constante y para elevar la temperatura del gas).

La entropía en función de la capacidad térmica molar se expresa mediante:

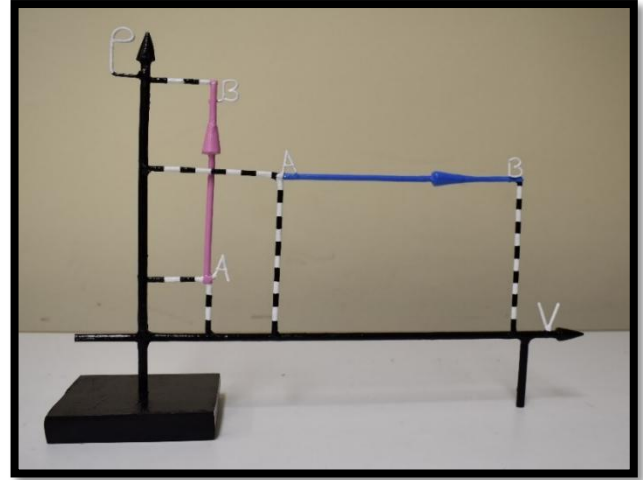
$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = n C_p'' \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (3.4.8.b)$$



## APOYO DEL MATERIAL DIDÁCTICO

El docente a continuación hará uso del material didáctico, con el cual procederá a explicar cada una de las distintas rectas correspondiente a la gráfica 3.4.8.4 ya estudiada.

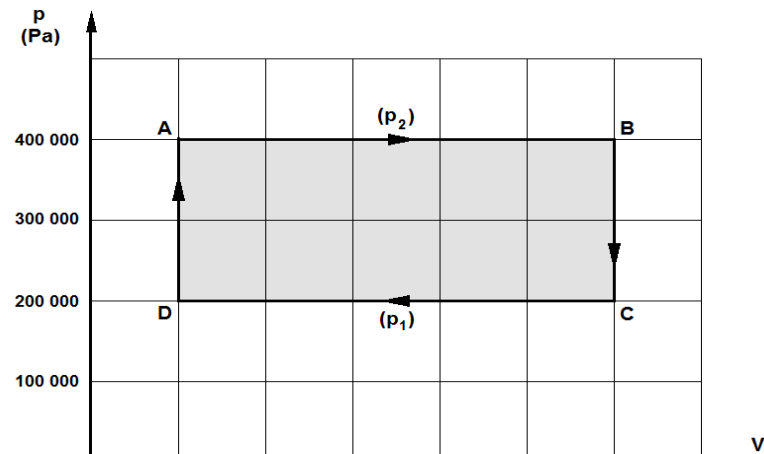
Luego pedirá a los estudiantes que identifiquen cada una de las rectas y realice una pequeña explicación de cada proceso y que cite algunos ejemplos que haya observado en su entorno.



Gráfica 3.4.8.4 Autoría propia. Procesos Isobáricos e Isocóricos

### Ejercicio modelo

Una máquina trabaja de acuerdo al ciclo indicado en la gráfica 3.4.8.5. Determine el trabajo por ciclo que realiza dicha máquina.



Gráfica 3.4.8.5

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

De la ecuación tenemos:

$$W = \int p dV = \int_{V_A}^{V_B} p dV + \int_{V_B}^{V_C} p dV + \int_{V_C}^{V_D} p dV + \int_{V_D}^{V_A} p dV$$



$$W = p_2 \int_{V_A}^{V_B} dV + 0 + p_1 \int_{V_C}^{V_D} dV + 0$$

$$W = p_2(V_B - V_A) + p_1(V_D - V_C)$$

$$W = 400\,000(6 - 1) + 200\,000(1 - 6)$$

$$W = 1\,000\,000 \text{ J}$$

El resultado positivo indica que en dicho ciclo es efectivamente la máquina la que realiza el trabajo.

## ACTIVIDADES

1- Un proceso es isocórico cuando .....

.....

2- Un proceso es isobárico cuando .....

.....

3- La expresión  $W = p \Delta V$  es válida para .....

.....

4- La ecuación  $n(C_v + R)\Delta T$  representa .....

.....

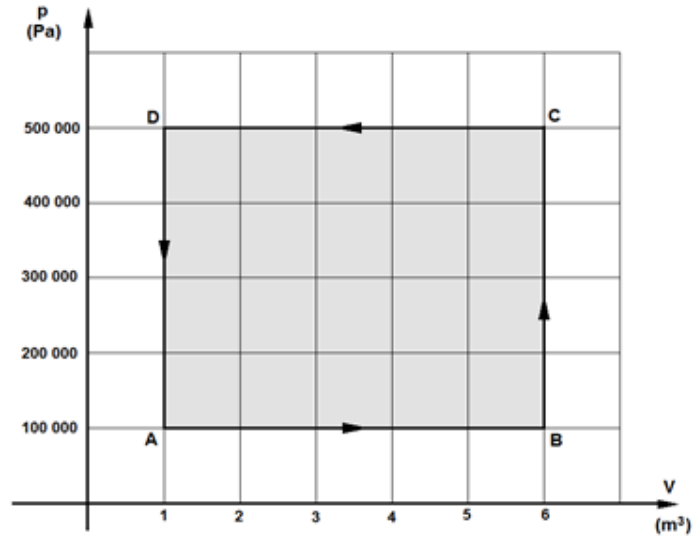
**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**



1- ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar a  $14 \text{ mol}$  de un gas ideal para calentarlo desde  $400 \text{ K}$  hasta  $700 \text{ K}$ , a volumen constante.

2- ¿Cuánto calor hay que extraer a  $10 \text{ mol}$  de gas helio para enfriarlo isobáricamente desde  $800 \text{ K}$  hasta  $200 \text{ K}$ ?

3- Determine el trabajo por ciclo que realiza una máquina que trabaja de acuerdo al ciclo indicado en la Gráfico 3.4.8.6.



Gráfica 3.4.8.6

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

4- Al entregar  $820 \text{ J}$  de calor a  $5 \text{ mol}$  de cierto gas a volumen constante su temperatura se incrementa  $16,4 \text{ K}$ . Determine las capacidades térmicas molares de dicho gas: a) a volumen constante, b) a presión constante



# PROCESOS ISOTÉRMICOS Y ADIABÁTICOS

**OBJETIVO:** *Identificar correctamente los procesos o transformaciones que se dan en los sistemas gaseosos y sus implicaciones en algunos aspectos teóricos y prácticos de la Física.*

## ANTICIPACIÓN:

Se sugiere al docente realizar las siguientes preguntas dirigidas referentes al tema de la primera ley de la termodinámica. (Tiempo para la actividad 10min)

1.- Escriba la primera ley de la termodinámica

.....

2.- ¿Qué representa  $\Delta Q$ ?

.....  
.....

3.- ¿Cuándo la vecindad entrega calor al sistema que sucede la energía interna?

.....  
.....

4.- ¿Cuándo la energía del sistema es negativa?

.....  
.....

## Solución

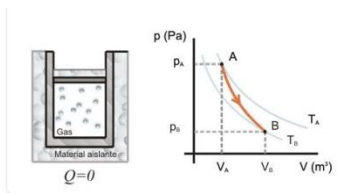
El docente deberá corroborar las respuestas de los alumnos mediante lo siguiente:

Primera ley de la  
termodinámica

$$\Delta U = \Delta Q - W$$

Donde  $\Delta Q$  (positivo) es el calor entregado al sistema y  $W$  (positivo) es el trabajo realizado por el sistema sobre la vecindad. La ecuación es una forma de expresar la ley de conservación de la energía y se conoce con el nombre de “primera ley de la Termodinámica”. Insistimos en lo siguiente: el calor es positivo cuando la vecindad entrega calor al sistema; si el sistema entrega calor a la vecindad, dicho calor es negativo. Igualmente, el trabajo es positivo cuando el sistema realiza trabajo sobre la vecindad; si la vecindad realiza trabajo sobre el sistema, dicho trabajo es negativo.

## CONSTRUCCIÓN

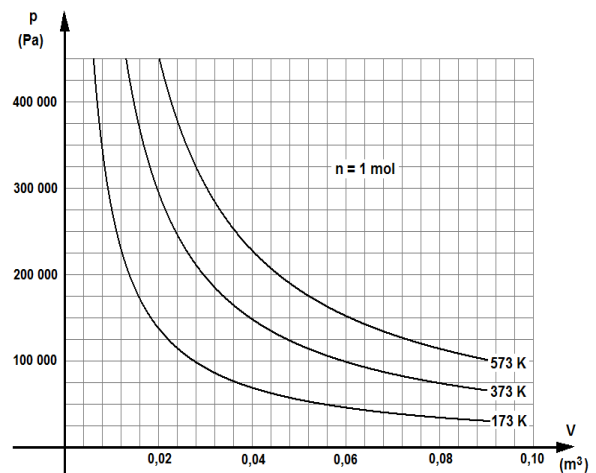


Gráfica 3.4.9.1

Fuente: Dr. Alberto Santiago  
Avecillas Jara

En estos casos la primera ley de la termodinámica toma la forma  $\Delta U = \Delta Q - W = 0$ , de modo que  $W = \Delta Q$ , es decir, el sistema realiza tanto trabajo cuanto calor recibe del exterior, o también, el sistema entrega al entorno tanto calor cuanto trabajo recibe del exterior, lo cual es

**Los procesos isotérmicos** son aquellos en los que la temperatura de la muestra gaseosa permanece constante, lo cual implica que la energía interna del sistema no varía (ya que depende de la temperatura). En



Gráfica 3.4.9.2

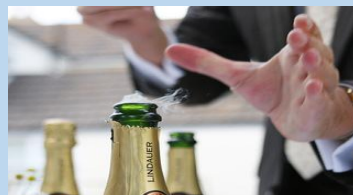
Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

también igual a la variación de la “energía libre” (cantidad de trabajo que un sistema termodinámico puede realizar) que sufre el sistema durante la transformación isotérmica reversible. Los procesos isotérmicos son bastante frecuentes en la vida real y son los que tienen relación directa con la entropía y cambio de entropía de un sistema. Los diagramas  $p - V$ , al menos para los gases ideales, obedecen la ley de Boyle:  $pV = \text{constante}$ , que corresponde a ramas de hipérbolas equiláteras. Para un valor dado de la constante, la rama de hipérbola se denomina “isoterma”. La familia de isotermas define las posibles trayectorias para los diferentes procesos isotérmicos del sistema. En la figura 19 se han trazado tres isotermas correspondientes a  $T = 173\text{ K}$ ,  $373\text{ K}$  y  $573\text{ K}$  para un mol de gas ideal. Para el caso de los gases reales las isotermas son curvas más complicadas, pero que pueden trazarse fácilmente si se conocen las correspondientes ecuaciones de estado; en caso de no conocerlas sólo se puede proceder en forma experimental. La entropía se expresa mediante:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{W}{T} \quad (3.4.9.a)$$

**Los procesos adiabáticos** (sin intercambio de calor) son aquellos en los que el sistema no gana ni pierde calor gracias a un “excelente aislamiento térmico” o debido a que el proceso se realiza con mucha rapidez. En estos casos la primera ley de la Termodinámica toma la forma  $\Delta U = -W$ , de modo que cualquier trabajo realizado por o sobre el sistema produce

**Ejemplo:** Para un gas contenido en un cilindro provisto de un pistón, cuyas paredes no permiten la transferencia de calor al exterior, la variación de energía interna es igual al trabajo, ya sea realizado por el sistema o sobre el sistema.



Fuente:  
<https://es.slideshare.net/carloscenicerosgonzalez/temas-de-fsica-45590203>

Los diagramas  $p - V$  para los procesos adiabáticos son curvas que descienden más rápidamente que las isotérmicas

un cambio en



su energía interna y por ende en su temperatura. En un proceso adiabático, la entropía del sistema,  $S = k \ln w$ , permanece constante, de modo que su variación  $\Delta S$  es igual a cero; por lo tanto, son procesos “isoentrópicos”, esto es,  $\Delta S = 0$ .

De los experimentos realizados con gases ideales se obtiene:

$$pV^\gamma = \text{constante} \quad (3.4.9.b)$$

donde  $\gamma$  es la ya conocida constante adiabática.

La gráfica 3.4.9.3 muestra dichas curvas.

Hagamos ahora el análisis teórico para justificar la ecuación (3.4.9.b).

Una variación  $dU$  produce un  $dW = -pdV$ , esto es:

$$dU = -pdV$$

pero:

$$dU = nC_V'' dT$$

luego:

$$nC_V'' dT = -pdV$$

(a)

Por otro lado:

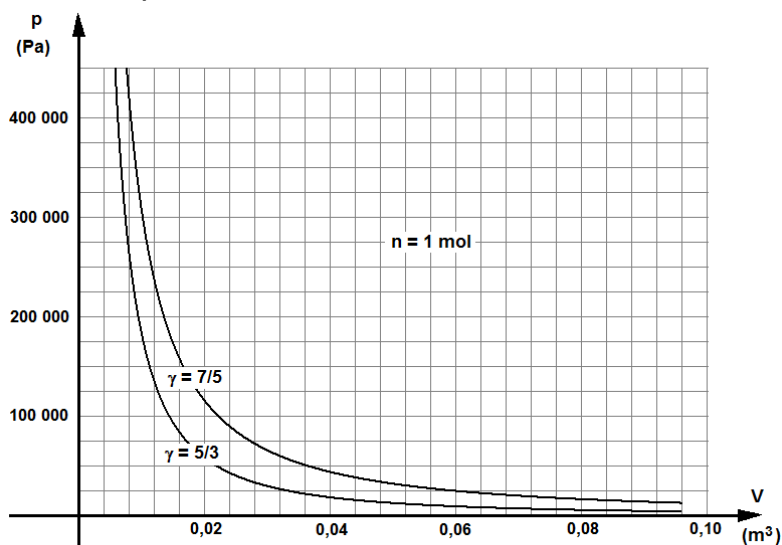
$$d(pV) = Rn dT$$

esto es:

$$pdV + Vdp = Rn dT$$

(b)

De (a) tenemos:



Gráfica 3.4.9.3

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara



$$dT = -\frac{p dV}{nC_V''}$$

que al sustituir en (b) da:

$$p dV + V dp = -\frac{Rn p dV}{nC_V''} = -\frac{R p dV}{C_V''}$$

o:

$$V dp = -\left(\frac{R}{C_V''} + 1\right) p dV \quad (c)$$

Sabemos además que:

$$R = C_P'' - C_V''$$

con lo que (c) se transforma en:

$$V dp = -\left(\frac{C_P'' - C_V''}{C_V''} + 1\right) p dV = -(\gamma - 1 + 1) p dV = -\gamma p dV$$

de donde:

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

que al integrar da:

$$\int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = -\gamma \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$\ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right) = -\gamma \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

o:

$$\ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right) = \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma$$





de donde:

$$\frac{p_f}{p_i} = \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma$$

es decir:

$$p_f V_f^\gamma = p_i V_i^\gamma \quad (d)$$

o, en general:

$$pV^\gamma = \text{constante} \quad (d')$$

lo cual comprueba la ecuación (3.4.9.b).

Veamos ahora dos formas alternas para dicha ecuación:

A partir de la ecuación (d) tenemos:

$$\frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} \quad (e)$$

Pero de acuerdo a la ecuación de estado de un gas ideal:

$$p_i V_i = RnT_i \quad \text{y} \quad p_f V_f = RnT_f$$

de modo que:

$$\frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \frac{T_f}{T_i} \quad (f)$$

Sustituyendo (f) en (e) se tiene:

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{V_i^{\gamma-1}}{V_f^{\gamma-1}}$$

es decir:

$$T_f V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1}$$

o, en general:

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante} \quad (3.4.9.c)$$

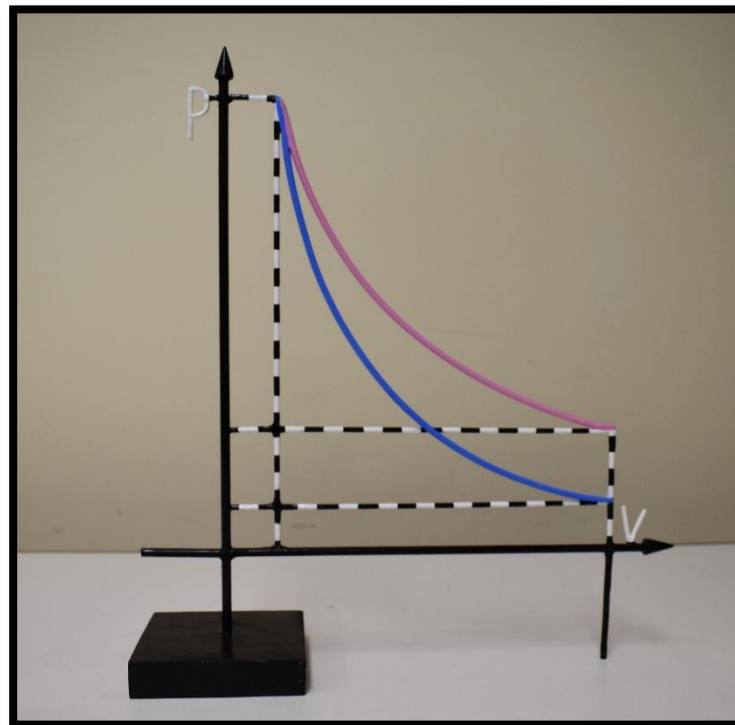
En forma análoga se obtiene:

$$p^{\frac{1}{\gamma}-1} T = \text{constante} \quad (3.4.9.d)$$

## APOYO DEL MATERIAL DIDÁCTICO

El docente a continuación hará uso del material didáctico, con el cual procederá a explicar cada una de las distintas curvas correspondientes al tema ya estudiado.

Luego pedirá a los estudiantes que identifiquen cada una de las curvas y realice una pequeña explicación de cada proceso.



**Ejercicio** Gráfica 3.4.9.4 Autoría propia. Procesos Isotérmicos y Adiabáticos **modelo**

Un cilindro muy aislado contiene helio a  $p_i = 2 \text{ atm}$  y  $T_i = 300 \text{ K}$ . El pistón se expande libremente hasta que  $p_f = 1 \text{ atm}$ . Halle: a) la relación  $V_f/V_i$ , b) la temperatura final.

a) De la ecuación (3.4.9.b) tenemos:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$$

$$\left(\frac{V_f}{V_i}\right)^\gamma = \frac{p_i}{p_f}$$

$$\frac{V_f}{V_i} = \left(\frac{p_i}{p_f}\right)^{1/\gamma} = \left(\frac{2}{1}\right)^{3/5}$$

$$\frac{V_f}{V_i} = 1,516$$

b) A partir de la ecuación (3.4.9.c) tenemos:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$T_f = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} T_i = \left(\frac{1}{1,516}\right)^{5/3-1} \cdot 300$$

$$T_f = 227,357 \text{ K}$$

**ACTIVIDADES:****a) Complete:**

1- Un proceso es isotérmico cuando .....

.....

2- Un proceso es adiabático cuando .....



.....

3- Los diagramas  $p - V$  para los procesos adiabáticos son .....

.....

4- En función de la presión y del volumen, un proceso adiabático se define mediante la expresión:

.....

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1.- Un mol de gas ideal sufre un proceso isotérmico dado por  $pV = 4\ 157$ . Determine:

a) la presión correspondiente a  $0,16\ m^3$ , b) el volumen correspondiente a  $14\ 586\ Pa$ .

2.- Un cilindro, bien aislado, contiene gas ideal a  $512\ K$  en un volumen de  $1,2\ m^3$ .

Determine: a) la relación  $p_f / p_i$  cuando  $V_f = 0,2\ m^3$ , b) la correspondiente temperatura.

3.- Un mol de helio describe un proceso adiabático dado por  $TV^{\gamma-1} = 252$ . Determine:

a) la temperatura correspondiente a  $0,13\ m^3$ , b) el volumen correspondiente a  $224\ K$ .

4.-  $800\ mol$  de oxígeno a  $3\ atm$  de presión y  $555\ K$  se expanden adiabáticamente hasta que su presión es de  $0,3\ atm$ . ¿Cuáles son su temperatura y volumen finales? Suponga que el gas es ideal y diatómico.

5.- Una muestra de gas se expande adiabáticamente de modo que su presión merma desde  $1,5E5\ Pa$  hasta  $1,0E5\ Pa$  y su temperatura disminuye desde  $329,6\ K$  hasta  $280\ K$ . Determine si el gas es monoatómico o diatómico.

## CICLO DE OTTO

**OBJETIVO:** Ampliar un poco más los conocimientos relacionados con el ciclo de Otto. Mencionar ejemplos que observa en la vida cotidiana. Ayudar a los miembros del grupo que requieran de asistencia.

### ANTICIPACIÓN

Se mandará previamente a observar el siguiente video.

[https://www.youtube.com/watch?v=Q\\_-pmviGWg8](https://www.youtube.com/watch?v=Q_-pmviGWg8), después los estudiantes voluntariamente responderán a continuación las siguientes preguntas (5 minutos).



Gráfica 3.4.10.1 Historia de automóvil

¿Cuáles fueron los nombres de las personas que aportaron en la evolución del automóvil?

.....

¿Cuáles fueron los años en que aparecieron nuevos prototipos de automóviles?

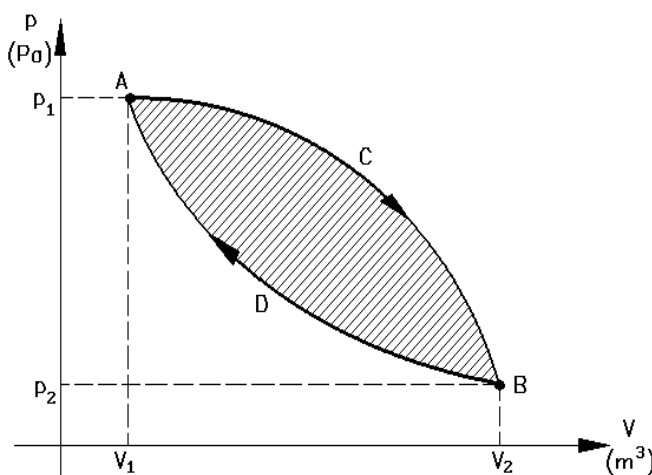
.....

¿Qué características posee el actual prototipo de automóvil?

.....

## CONSTRUCCIÓN

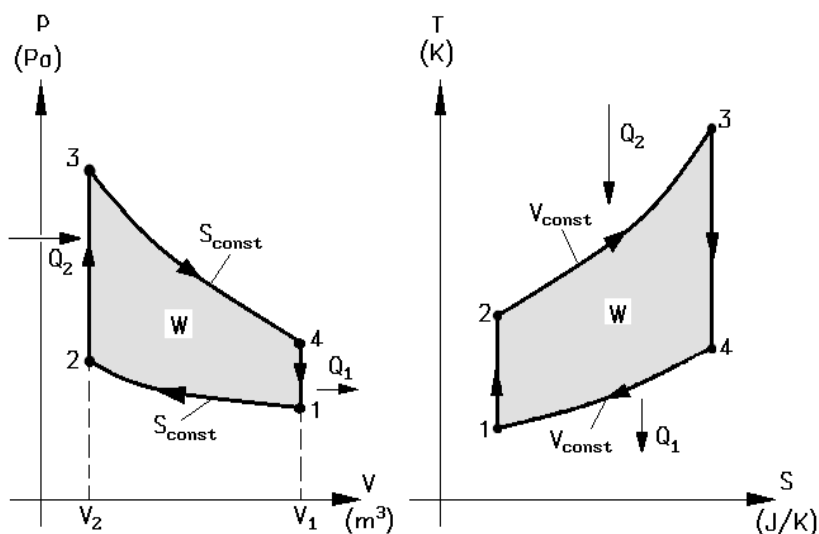
Para describir el estado termodinámico de un sistema se han utilizado las coordenadas  $p$ ,  $V$  y  $T$ . Puesto que para expresar el trabajo realizado por un gas se utilizan las coordenadas  $p$  y  $V$ , las utilizaremos también para describir los llamados “ciclos de trabajo de un sistema”. Supongamos que tenemos un gas contenido en un dispositivo adecuado como un cilindro con pistón; sean  $(V_1; p_1)$  sus coordenadas iniciales que corresponden al punto A de la gráfica 3.4.10.2. Si el sistema evoluciona hacia la posición B de coordenadas  $(V_2; p_2)$  realizará un trabajo que es igual al área bajo la curva ACB, el eje  $V$  y las verticales  $V_1$  y  $V_2$ . Si entonces el sistema es llevado de vuelta a la posición A, mediante la acción de un agente externo, a través de la curva BDA se completa un camino cerrado llamado “CICLO”.



Gráfica 3.4.10.2

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

El Ciclo de Otto está limitado por las adiabáticas 1-2 y 3-4 y por las isocóricas 2-3 y 4-1, gráfica 3.4.10.3. La razón  $V_1/V_2$  se conoce como



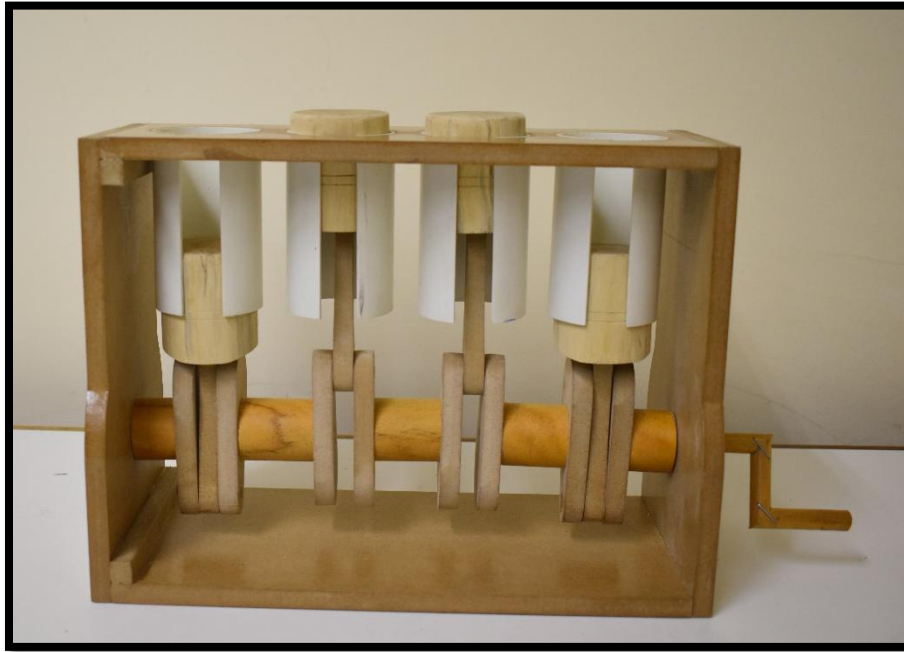
Gráfica 3.4.10.3

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara

“razón de compresión”. El sistema recibe calor  $Q_2$  y devuelve calor  $Q_1$  realizando el

trabajo  $W$ . Este ciclo es aprovechado en los motores de “combustión interna” que son utilizados en los automotores livianos como automóviles y camionetas

A continuación, con ayuda del material didáctico se procederá a describir el ciclo de Otto mostrado en la gráfica 3.4.10.4.



*Gráfica 3.4.10.4 Autoría propia. Motor de Otto*

Un ciclo Otto ideal es una aproximación teórica al comportamiento de un motor de explosión. Las fases de operación de este motor son las siguientes:

#### **Admisión (1)**

El pistón baja con la válvula de admisión abierta, aumentando la cantidad de mezcla (aire + combustible) en la cámara. Esto se modela como una expansión a presión constante (ya que al estar la válvula abierta la presión es igual a la exterior). En el diagrama PV aparece como la línea recta  $E \rightarrow A$ .

#### **Compresión (2)**

El pistón sube comprimiendo la mezcla. Dada la velocidad del proceso se supone que la mezcla no tiene posibilidad de intercambiar calor con el



ambiente, por lo que el proceso es adiabático. Se modela como la curva adiabática *reversible*  $A \rightarrow B$ , aunque en realidad no lo es por la presencia de factores irreversibles como la fricción.

### Combustión

Con el pistón en su punto más alto, salta la chispa de la bujía. El calor generado en la combustión calienta bruscamente el aire, que incrementa su temperatura a volumen prácticamente constante (ya que al pistón no le ha dado tiempo a bajar). Esto se representa por una isócora  $B \rightarrow C$ . Este paso es claramente irreversible, pero para el caso de un proceso isócoro en un gas ideal el balance es el mismo que en uno reversible.

### Expansión (3)

La alta temperatura del gas empuja al pistón hacia abajo, realizando trabajo sobre él. De nuevo, por ser un proceso muy rápido se aproxima por una curva adiabática reversible  $C \rightarrow D$ .

### Escape (4)

Se abre la válvula de escape y el gas sale al exterior, empujado por el pistón a una temperatura mayor que la inicial, siendo sustituido por la misma cantidad de mezcla fría en la siguiente admisión. El sistema es realmente *abierto*, pues intercambia masa con el exterior. No obstante, dado que la cantidad de aire que sale y la que entra es la misma podemos, para el balance energético, suponer que es el mismo aire, que se ha enfriado. Este enfriamiento ocurre en dos fases. Cuando el pistón está en su punto más bajo, el volumen permanece aproximadamente constante y tenemos la isócora  $D \rightarrow A$ .





Gráfica 3.4.10.5 Autoría propia. Motor de Otto

Cuando el pistón empuja el aire hacia el exterior, con la válvula abierta, empleamos la isobara  $A \rightarrow E$ , cerrando el ciclo.

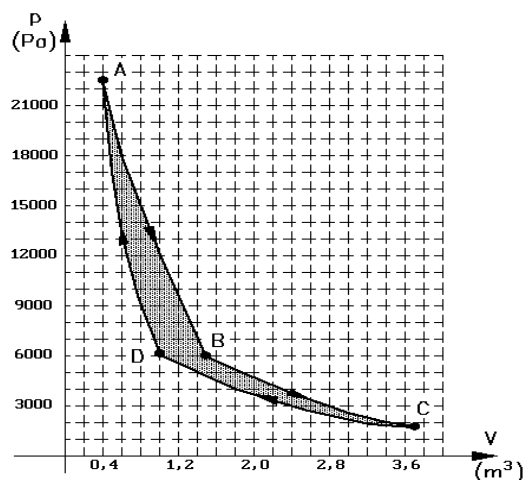
En total, el ciclo se compone de dos subidas y dos bajadas del pistón, razón por la que se le llama *motor de cuatro tiempos* como se puede observar en la gráfica 3.4.10.5.

En un motor real de explosión varios cilindros actúan simultáneamente, de forma que la expansión de alguno de ellos realiza el trabajo de compresión de otros.

## ACTIVIDADES

Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Halle el trabajo que se realiza en el ciclo mostrado en la gráfica 3.4.10.6 limitado por las isotérmicas AB y CD y por las adiabáticas BC y DA con  $\gamma = 1,4$  y vértices:



Gráfica 3.4.10.6

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara



$A(0,4; 22\,581)$ ,  $B(1,5; 6\,021,6)$ ,

$C(3,7; 1\,701,2)$  &  $D(1,0; 6\,260,8)$ .

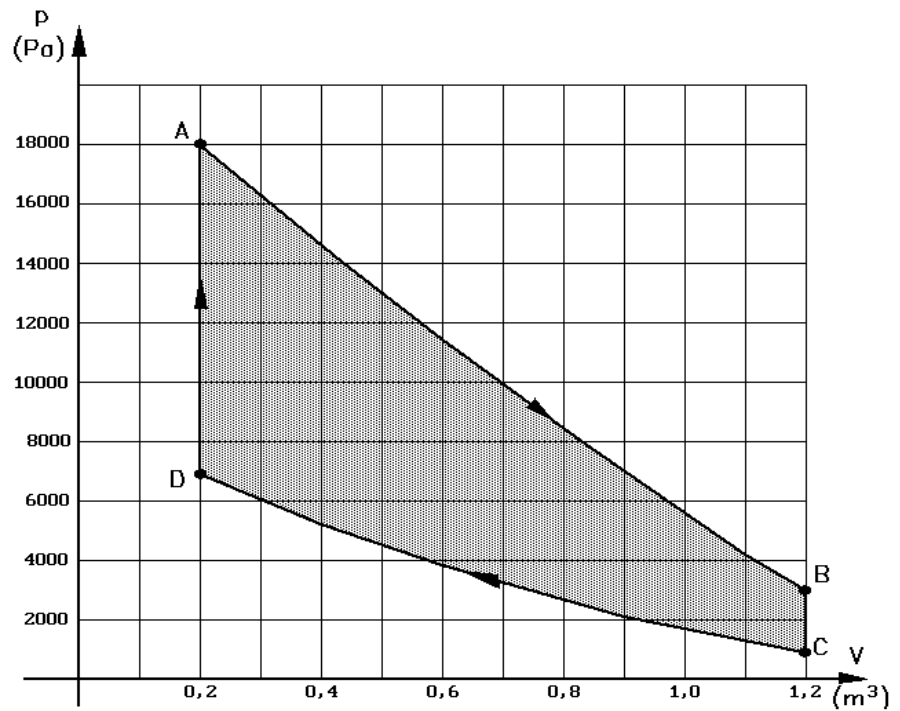
2- Halle el trabajo que se realiza en el ciclo que se muestra en la gráfica 3.4.10.7, limitado por las isotérmicas AB y CD y por las isocóricas BC y DA, y de vértices:

$A(0,2; 18\,000)$ ,

$B(1,2; 3\,000)$ ,

$C(1,2; 1\,200)$ ,

$D(0,2; 7\,200)$ .



Gráfica 3.4.10.7

Fuente: Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara



## CONCLUSIONES

En la presente tesis se logró alcanzar los objetivos planteados inicialmente tales como era el caso de diseñar y elaborar material didáctico (maquetas) para la experimentación, basado en modelos conceptuales de los contenidos concernientes a los temas de calor, gases y termodinámica de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Durante el proceso de desarrollo se inició revisando y analizando de manera minuciosa cada uno de los temas correspondiente a calor, gases y termodinámica. Aunque en un principio dichos temas contenían modelos matemáticos muy abstractos debido a la riqueza del contenido científico que ofrece, se logró diseñar con éxito varios planos que sirvieron para la construcción de las maquetas, además mucho del material bibliográfico revisado por los autores ayudó a corroborar que el uso del material didáctico en las aulas de clases ayuda en gran medida al proceso de aprendizaje.

A más de la elaboración del material didáctico se pudo adaptar los mismos dentro de una guía didáctica, en donde se pudo demostrar que se pueden utilizar dentro de la construcción o consolidación de los conocimientos ayudando ser más dinámica las clases para los estudiantes.



## RECOMENDACIONES

La elaboración de material didáctico es un aporte importante para la Física, debido a que son manipulables y llamativos, es por ello que se recomendaría utilizar material concreto en todos los temas de Física debido a que es una ciencia experimental y apegada a fenómenos reales que suceden en nuestro entorno.

La guía didáctica fue realizada en base al material didáctico, pero sería recomendable también utilizar los recursos tecnológicos, nuevas técnicas educativas y adaptar el entorno de los estudiantes de una manera que todos puedan interactuar entre sí.



## BIBLIOGRAFÍA

Avecillas, A. (2007). *Termodinámica*. Cuenca.

Bautista, C. (2013). ¿Qué son las ciencias exactas? Recuperado de <http://algarabia.com/desde-la-redaccion/que-son-las-ciencias-exactas/>

Blanco, M. I. (2012). Recursos didácticos para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la economía (Tesis de maestría). Universidad de Valladolid, Valladolid, España.

Carreño, M. (2010). Teoría y práctica de una educación liberadora: el pensamiento pedagógico de Paulo Freire. *Cuestiones pedagógicas*, N° 20 (pp. 195-214).

Cherre, C. (2009). Los materiales educativos. [Tabla] Recuperado de <https://es.slideshare.net/chavo2411/los-medios-y-materiales-educativos-ventajas-y-desventajas>

Conde, C. (2006). ¿Qué es un recurso didáctico? Recuperado de <http://www.pedagogia.es/recursos-didacticos/>

Daza, M. (2016). Aplicaciones de los gases en la vida real. Recuperado de <http://djklfsbncjkvgehh.blogspot.com/>

Departamento de Matemáticas del Instituto de Educación Secundaria San Nicolás de Tolentino. (s.f) ¿Por qué se odian las matemáticas? Recuperado de <http://www.ieslaaldea.com/documentos/odiomates.pdf>

Departamento de Física Aplicada II. (2015). Motor de Otto. Recuperado de [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo\\_Otto](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo_Otto)

Federación de Enseñanza de Andalucía. (2009). La importancia de los recursos didácticos en la enseñanza. *Temas para la educación* N° 4 (pp. 1-6).



- Fernández, C. (2009). Definición de constructivismo. Recuperado de <http://www.eduinnova.es/dic09/CONSTRUCTIVISMO.pdf>
- González Pérez, J., y Criado del Pozo, M. J. (2009). *Psicología de la educación para una enseñanza práctica*. Madrid: Editorial CCS.
- Guerrero, A. (2009). Los materiales didácticos en el aula. *Temas para la educación*. N° 5 (pp. 1-7).
- Moll, L. C. (1990). La Zona de Desarrollo Próximo de Vygotski: Una reconsideración de sus implicaciones para la enseñanza. *Infancia y Aprendizaje*, 13 N° 51, 52 (pp. 247-254).
- Morales, P. (2012). *Elaboración de material didáctico*. [Figura] México: Red Tercer Milenio.
- Ramírez Toledo, A. (s.f). El constructivismo pedagógico. Recuperado de <http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/EI%20Constructivismo%20Pedag%C3%B3gico.pdf>
- Rius, M. (2015). ¿Por qué muchos estudiantes odian las matemáticas? Recuperado de <http://www.lavanguardia.com/vida/20150521/54431772174/estudiantes-odian-matematicas.html>
- Sánchez, J. (2012). Características de la escuela tradicional. Recuperado de <https://es.slideshare.net/Jaime24s/caractersticas-de-la-escuela-tradicional-11876408>
- Venemedia, C. (2011). Definiciones conceptos. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/temperatura/>
- Venemedia, C. (2011). Definiciones conceptos. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/presion/>



Venemedia, C. (2011). Definiciones conceptos. Recuperado de <https://conceptodefinicion.de/volumen/>

Pérez, J., Merino, M. (2012). Definición de gaseoso. Recuperado de <https://definicion.de/gaseoso/>

## ANEXOS

### Anexo 1

Las siguientes imágenes representan maquetas que fueron elaboradas como aporte para algunos temas de Física.



**Gráfico 1 Tanque para oscilaciones amortiguadas**





Gráfico 2 Bases de Óptica

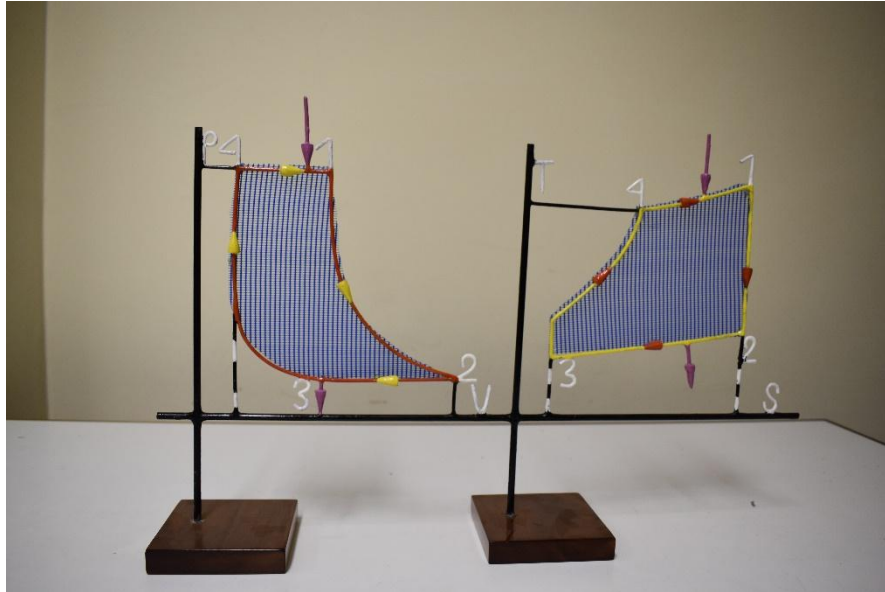


Gráfico 3 Maqueta de Conversión p-V a T-S



## Anexo 2

### ENCUESTA

La presente encuesta está dirigida a los estudiantes de séptimo y noveno ciclo de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca. El objetivo es recopilar información en cuanto a la utilización de material didáctico en la asignatura de Termodinámica. La encuesta es anónima, por lo que pedimos responder con toda la sinceridad. Cabe mencionar que no requerirá más de 5 minutos y sus respuestas serán importantes que permitirán regenerar materiales de apoyo para la enseñanza de la asignatura mencionada.

Gracias por su cooperación.

**Por favor, lea atentamente las preguntas y marque con una (X) la respuesta de su preferencia.**

- 1. Desde su punto de vista, ¿cuál es el nivel de dificultad de la asignatura de Termodinámica?**

Alto	<input type="checkbox"/>
Medio	<input type="checkbox"/>
Bajo	<input type="checkbox"/>

- 2. ¿Cree usted que existe suficiente material didáctico de apoyo para todos los temas de la asignatura de Termodinámica?**

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

- 3. ¿Considera que el material didáctico es esencial para mejorar el proceso educativo de los estudiantes?**

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>



4. Si su respuesta anterior es Si, señale los aspectos en los que piensa que los recursos didácticos contribuyen de modo positivo.

Aumento de interés en la asignatura	<input type="checkbox"/>
Mayor comprensión de las temáticas	<input type="checkbox"/>
Participación activa durante la clase	<input type="checkbox"/>
Impulsa el aprendizaje significativo	<input type="checkbox"/>

5. ¿Usted cree que en la asignatura de Termodinámica existen temas prácticos que necesiten el uso de material didáctico?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

6. Señale los materiales que para usted resultan factibles para la enseñanza de Termodinámica. Anote desde el menos importante (1) hasta el más importante (4).

Textos complementarios	<input type="checkbox"/>
Instrumentos de laboratorio	<input type="checkbox"/>
Páginas web	<input type="checkbox"/>
Imágenes	<input type="checkbox"/>
Maquetas Explicativas	<input type="checkbox"/>

7. ¿Considera que en la asignatura de Termodinámica es posible realizar clases experimentales con ayuda de las maquetas?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

8. En las clases de Termodinámica con qué frecuencia se utilizan materiales didácticos para la explicación de cada tema.

Siempre	<input type="checkbox"/>
Casi siempre	<input type="checkbox"/>



A veces

Nunca


9. ¿Que considera que debería ser los materiales didácticos para la enseñanza de la Termodinámica?

Duraderos

Prácticos

Manipulables


10. La frecuencia con la que gustaría disponer de material didáctico para la asignatura de Termodinámica.

Nunca				Siempre	
1	2	3	4	5	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

MATRIZ DE VALIDACIÓN DE EQUIPO CONCRETO

DISEÑADO Y CREADO PARA MATEMÁTICAS Y FÍSICA

CON MOTIVO DE TRABAJOS DE GRADUACIÓN

TÍTULO: "ELABORACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO COMPLEMENTARIO PARA LA ENSEÑANZA DE TEMAS DE LA TERMODINÁMICA"

AUTORES: Danny Cajilima, Óscar Sigua

DENOMINACIÓN DEL MATERIAL	P A R Á M E T R O	VALORACIÓN			
		1	2	3	4
Aparato de Joule	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Diagrama U-T	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES			✓	
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA			✓	
Celdas de energía	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Diagrama $n(\frac{1}{2}) - \frac{1}{2}$	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Diagrama $n(u) - u$	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES			✓	
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA			✓	
Desorden y Entropía	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Interacciones termodinámicas	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Diagrama $p - u$	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES			✓	
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA			✓	





Diagrama p.v Procesos Isobáricos y isocóricos	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Procesos Isotermicos y adiabáticos.	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Motor de otto	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Tanque para oscilaciones amortiguadas	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
Maqueta. Conversion p.v a T-s	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				✓
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				✓
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				✓
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				✓
	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				
	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				
	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				
	CALIDAD ESTRUCTURAL DE LA CONSTRUCCIÓN				
	CONVENIENCIA DE LOS MATERIALES				
	ACABADOS Y PRESENTACIÓN				
	PERTINENCIA DIDÁCTICA RESPECTO AL TEMA				

En consecuencia, el juego de materiales que ha sido revisado .....<sup>51</sup> es validado.  
Cuenca, 31 oct / 2018 .....

LOS EVALUADORES